

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ИНФРАКРАСНОЙ СУШКИ ЯБЛОК

NUMERICAL MODELING OF INFRARED DRYING PROCESSES OF APPLES

Ключевые слова: численное моделирование, инфракрасная сушка, яблоки, кинетика сушки, витамин С, импульсные режимы, тепломассоперенос, качество продукта, Python.

На основе известных уравнений теплового баланса, кинетики сушки (модель Мидилли) и деградации витамина С (реакция 1-го порядка с температурной зависимостью Аррениуса) адаптирована комплексная математическая модель тепломассопереноса для инфракрасной сушки яблок. Модель реализована численно на языке Python с использованием библиотек NumPy и Matplotlib. Проведен сравнительный анализ 8 режимов сушки: непрерывные (300 и 500 Вт), импульсные с коэффициентами прерывистости $\alpha = 0,67; 0,75; 0,80$, осциллирующий (40–60°C), ступенчатый (500 → 350 → 200 Вт) и комбинированный (инфракрасный нагрев 400 Вт в сочетании с конвекцией при 40°C). Начальное влагосодержание составило 6,0 кг/кг, конечное – 0,1 кг/кг. Установлено, что время достижения целевой влажности 1,2 кг/кг варьируется от 145 до 252 мин. Максимальная температура продукта находится в интервале от 42 до 68°C. Сохранность витамина С изменяется от 2,1 до 18,2%. Введен комплексный показатель эффективности $Q = 60 \cdot C/t$, характеризующий количество процентов витамина С, сохраняемого за 1 ч сушки. Значения Q находятся в диапазоне от 0,87 до 6,62. Импульсный режим 1:4 ($\alpha=0,80$) идентифицирован как оптимальный, обеспечивающий $Q=6,62$ при времени сушки 165 мин., сохранности витамина С 18,2% и максимальной температуре продукта 42°C. Установлено, что увеличение коэффициента прерывистости α с 0,67 до 0,80 снижает максимальную температуру продукта на 6°C и повышает сохранность витамина С на 6,7%. Полученные резуль-

таты могут быть использованы при проектировании промышленных сушильных установок.

Keywords: numerical modeling, infrared drying, apples, drying kinetics, vitamin C, intermittent modes, heat and mass transfer, product quality, Python language.

Based on the known equations of heat balance, drying kinetics (Midilli model), and vitamin C degradation (first-order reaction with Arrhenius temperature dependence), a comprehensive mathematical model of heat and mass transfer for infrared drying of apples was adapted. The model was numerically implemented in Python language using NumPy and Matplotlib libraries. Comparative analysis of eight drying modes was carried out: continuous (300 and 500 W), intermittent with intermittency coefficients $\alpha = 0.67; 0.75; 0.80$, oscillating (40–60°C), step-down (500→350→200 W), and combined (infrared heating 400 W combined with convection at 40°C). The initial moisture content was 6.0 kg/kg, the final - 0.1 kg/kg. It was found that the time to reach the target moisture content of 1.2 kg/kg varied from 145 to 252 min. The maximum product temperature ranged from 42 to 68°C. Vitamin C preservation varied from 2.1 to 18.2%. A complex efficiency index $Q = 60 \cdot C/t$ was introduced characterizing the percentage of vitamin C preserved per hour of drying. Q values ranged from 0.87 to 6.62. The intermittent mode 1:4 ($\alpha = 0.80$) was identified as optimal providing $Q = 6.62$ with drying time 165 min, vitamin C preservation 18.2%, and maximum product temperature 42°C. It was found that increasing the intermittency coefficient α from 0.67 to 0.80 reduced the maximum product temperature by 6°C and increased vitamin C preservation by 6.7%. The obtained results may be used in the design of industrial drying equipment.

Неверов Евгений Николаевич, д.т.н., профессор, директор института инженерных технологий, Кемеровский государственный университет, г. Кемерово, Российская Федерация, e-mail: neverov42@mail.ru.

Соколова Анастасия Юрьевна, ассистент, Кемеровский государственный университет, г. Кемерово, Российская Федерация, e-mail: sokolova.nastya25@mail.ru.

Майтаков Анатолий Леонидович, д.т.н., доцент, Кемеровский государственный университет, г. Кемерово, Российская Федерация, e-mail: may@kemtipp.ru.

Neverov Evgeniy Nikolaevich, Dr. Tech. Sci., Prof., Director, Institute of Engineering Technologies, Kemerovo State University, Kemerovo, Russian Federation, e-mail: neverov42@mail.ru.

Sokolova Anastasiya Yurevna, Asst., Kemerovo State University, Kemerovo, Russian Federation, e-mail: sokolova.nastya25@mail.ru.

Maytakov Anatoliy Leonidovich, Dr. Tech. Sci., Assoc. Prof., Kemerovo State University, Kemerovo, Russian Federation, e-mail: may@kemtipp.ru.

Введение

Инфракрасная сушка является эффективным методом консервирования фруктов, позволяющим сохранить до 90% витаминов при сокращении времени обработки в 2-3 раза по сравнению с конвективной сушкой [1]. Однако существует противоречие: высокая температура обеспечивает быструю сушку, но разрушает термолабильные соединения (витамин С начинает интенсивно разрушаться выше 60°C), а низкая температура сохраняет качество, но увеличивает время процесса [2]. Численное моделирование позволяет прогнозировать процесс и качество продукта без дорогостоящих экспериментов [3, 4]. Для описания кинетики сушки тонких слоев пищевых продуктов широко применяется модель Мидилли [5]. Актуальность работы заключается в создании универсального программного инструмента для моделирования различных режимов инфракрасной сушки.

Цель – создание инструмента для прогнозирования кинетики инфракрасной сушки яблок и сохранности витамина С на основе адаптации и численной реализации известных уравнений теплопереноса.

Задачи: адаптировать существующие математические уравнения теплового баланса, кинетики сушки и деградации витамина С для описания процесса инфракрасной сушки яблок в тонком слое; выполнить параметризацию модели на основе литературных данных; реализовать численное решение системы дифференциальных уравнений на языке Python; провести вычислительные эксперименты для восьми режимов сушки (непрерывные, импульсные, осциллирующий, ступенчатый, комбинированный) с расчетом кинетических кривых, температурных профилей и динамики деградации витамина С; выполнить сравнительный анализ режимов и определить оптимальный по критерию сохранности витамина С при минимальном времени сушки.

Объекты и методы

Объект исследования – процесс инфракрасной сушки яблок. Использована модель тонкого слоя (толщина 5 мм), предполагающая равномерное распределение температуры и влагосодержания [1]. В основу математического описания положены известные уравнения теплопереноса, адаптированные и объединенные в единую систему для численного анализа:

1. Уравнение теплового баланса [6, 7]:

$$mc_p \frac{dT}{dt} = P_{abs} - hA(T - T_{air}) - L_v \frac{dm_w}{dt}, \quad (1)$$

где m – масса образца, кг;

c_p – удельная теплоемкость, Дж/(кг·К);

P_{abs} – поглощенная мощность ИК-излучения, Вт;

h – коэффициент конвективной теплоотдачи, Вт/(м²·К);

A – площадь поверхности продукта, м²;

T – температура продукта, °С;

T_{air} – температура окружающего воздуха, °С;

L_v – удельная теплота парообразования, Дж/кг;

dm_w/dt – скорость удаления влаги, кг/с.

2. Кинетика сушки [8]:

$$MR = \frac{M - M_e}{M_0 - M_e} = \exp(-k \cdot t^n), \quad (2)$$

где MR – безразмерное влагосодержание;

M – текущее влагосодержание, кг/кг;

M_0 – начальное влагосодержание (6,0 кг/кг);

M_e – равновесное влагосодержание (0,1 кг/кг);

k – константа скорости сушки, с⁻¹;

n – эмпирический коэффициент, t – время, с.

3. Температурная зависимость константы скорости ($Q_{10} = 2$) [2]:

$$k(T) = k_0 \cdot 2^{(T-20)/10}, \quad (3)$$

где k_0 – константа скорости сушки при $T = 20^\circ\text{C}$ (1/с).

4. Кинетика деградации витамина С первого порядка [2]:

$$\frac{dC}{dt} = -k_{vit}(T) \cdot C, \quad (4)$$

где C – концентрация витамина С, % от начальной;

$k_{vit}(T)$ – температурно-зависимая константа скорости деградации, с⁻¹;

t – время, с.

5. Уравнение Аррениуса для константы деградации [2]:

$$k_{vit}(T) = k_{vit,0} \cdot \exp\left(-\frac{E_a}{R \cdot T}\right), \quad (5)$$

где $k_{vit,0}$ – предэкспоненциальный множитель (частотный фактор);

E_a – энергия активации реакции деградации, Дж/моль;

R – универсальная газовая постоянная (8,314 Дж/(моль·К));

T – абсолютная температура, К.

Параметры модели определены на основе литературных данных [1-3]: начальное влагосодержание $M_0 = 6,0$ кг/кг, равновесное влагосодержание $M_e = 0,1$ кг/кг, плотность

$\rho = 796 \text{ кг/м}^3$, теплоемкость $c_p = 3500 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$, масса образца $m = 0,02 \text{ кг}$, площадь поверхности $A = 0,0015 \text{ м}^2$, начальное содержание витамина С $C_0 = 188,2 \text{ мг/100 г}$, энергия активации $E_a = 65,0 \cdot 10^3 \text{ Дж/моль}$, предэкспонента $k_{vit,0} = 2,0 \cdot 10^{10} \text{ 1/с}$, коэффициент поглощения ИК $\varepsilon = 0,8$, коэффициент конвекции $h = 15 \text{ Вт/(м}^2\cdot\text{К)}$, базовая скорость сушки $k_0 = 0,0018 \text{ 1/с}$.

Численное решение системы дифференциальных уравнений (1)-(5) выполнено методом Эйлера с шагом дискретизации $\Delta t = 1 \text{ с}$. Программа реализована на Python с библиотеками NumPy и Matplotlib. Ниже представлен фрагмент программного кода, реализующий расчет кинетических параметров для одного из режимов сушки (рис. 1).

```

# Параметры дискретизации
dt = 1.0 # шаг интегрирования, с
t_max = 4 * 3600 # максимальное время моделирования, с (4 часа)
n_steps = int(t_max / dt)

# Инициализация массивов для хранения результатов
time = np.zeros(n_steps)
moisture = np.zeros(n_steps)
temperature = np.zeros(n_steps)
vitamin = np.zeros(n_steps)

# Начальные условия
moisture[0] = M0 # начальное влагосодержание, кг/кг
temperature[0] = 20.0 # начальная температура продукта, °C
vitamin[0] = C0 # начальное содержание витамина С, %

# Численное интегрирование системы дифференциальных уравнений
# методом Эйлера (явная схема первого порядка точности)
for i in range(n_steps - 1):
    t = i * dt
    M = moisture[i]
    T = temperature[i]
    C = vitamin[i]

    # Вычисление производных (правых частей дифференциальных уравнений)
    dM_dt = drying_rate(M, T) # скорость изменения влагосодержания
    dT_dt = temp_derivative(T, M, t) # скорость изменения температуры
    dC_dt = vit_degradation_rate(C, T) # скорость деградации витамина С

    # Обновление переменных (явная схема Эйлера)
    moisture[i+1] = M + dM_dt * dt
    temperature[i+1] = T + dT_dt * dt
    vitamin[i+1] = C + dC_dt * dt
    time[i+1] = t + dt

    # Условие досрочного завершения расчета
    # при достижении целевого влагосодержания
    if moisture[i+1] <= 1.2: # целевая влажность 1,2 кг/кг
        break

# Определение индекса последнего значимого шага
last_idx = i + 2 if moisture[i+1] <= 1.2 else n_steps

```

Рис. 1. Фрагмент программного кода численной реализации модели

Экспериментальная часть

Проведено моделирование восьми режимов инфракрасной сушки, классифицированных на три группы: непрерывные (300 и 500 Вт), импульсные с коэффициентом прерывистости $\alpha = 0,67; 0,75; 0,80$ [6], осциллирующий (40-

60°C), ступенчатый (500 → 350 → 200 Вт) и комбинированный (ИК 400 Вт + конвекция 40°C) [1]. Для каждого режима рассчитаны кривые сушки, температурные поля и сохранность витамина С (рис. 2).

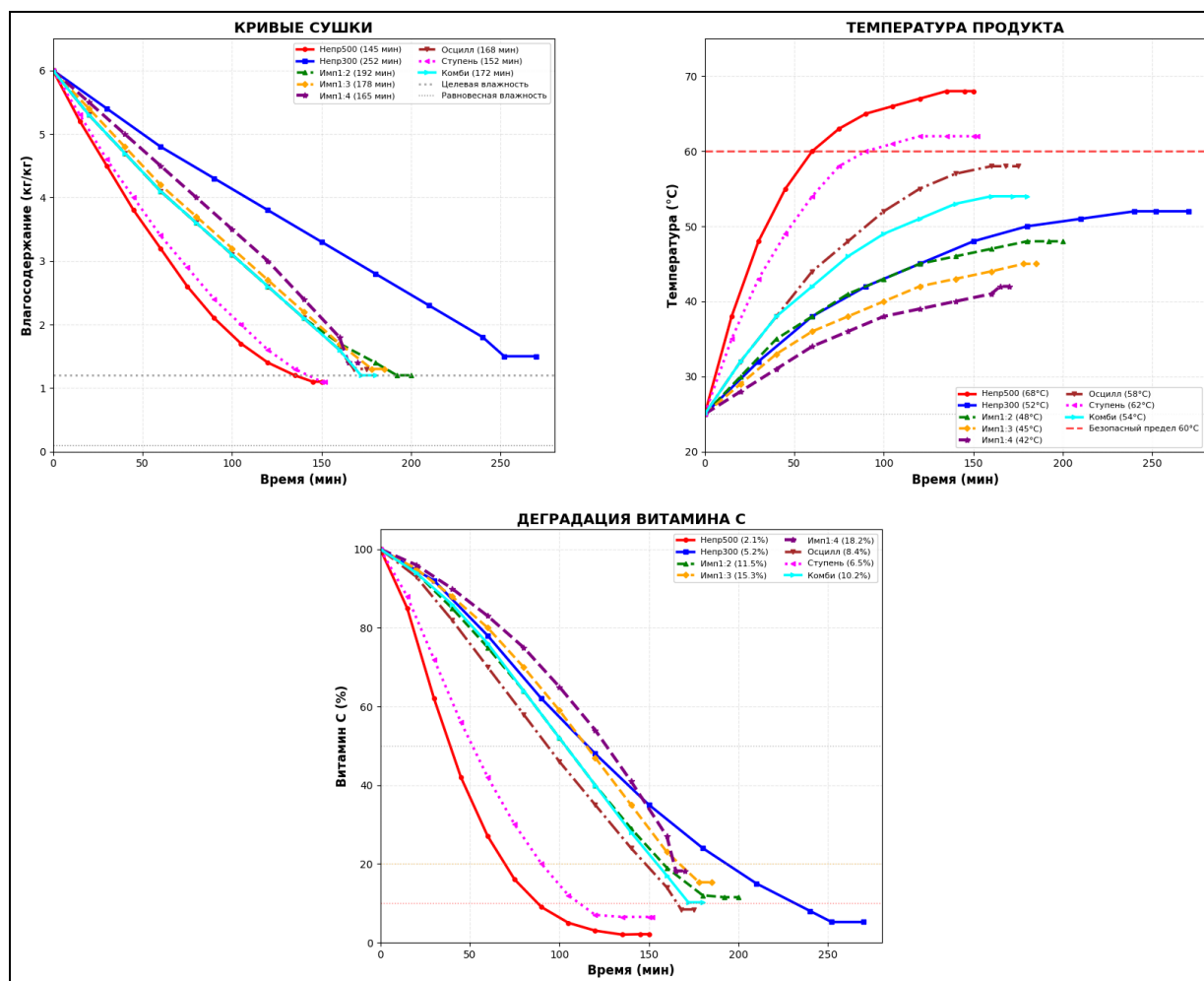


Рис. 2. Комплексный анализ режимов ИК-сушки яблок

Результаты исследования и их обсуждения

Получены количественные характеристики для всех исследуемых режимов в таблице.

Для объективного сравнения режимов введен комплексный показатель эффективности $Q = 60 \cdot C/t$, характеризующий количество процентов витамина С, сохраняемого за 1 ч сушки. Данный показатель получен эмпирически на основе анализа результатов численного моделирования и позволяет ранжировать режимы по совокупности параметров (скорость процесса и

качество продукта). Чем выше значение Q , тем эффективнее режим. Импульсный режим 1:4 идентифицирован как оптимальный с $Q = 6,62$, что на 28% выше импульсного режима 1:3 ($Q = 5,16$). Установлено, что увеличение коэффициента прерывистости α с 0,67 до 0,80 снижает максимальную температуру на 6°C , повышает сохранность витамина С на 6,7% и сокращает время сушки на 27 мин.

Таблица

Сравнительный анализ режимов ИК-сушки яблок

Режим	Коефф. α	Время, мин.	Витамин С, %	$T_{\max}, ^\circ\text{C}$	Q
Непр. 500 Вт	-	145	2.1	68	0,87
Непр. 300 Вт	-	252	5.2	52	1,24
Имп. 1:2	0.67	192	11.5	48	3,59
Имп. 1:3	0.75	178	15.3	45	5,16
Имп. 1:4	0.80	165	18.2	42	6,62
Осцил.	-	168	8.4	58	3,00
Ступен.	-	152	6.5	62	2,57
Комб.	-	172	10.2	54	3,56

Выводы

1. На основе известных уравнений теплового баланса, кинетики сушки и деградации витамина С разработана комплексная математическая модель, адаптированная для описания процессов тепломассопереноса при инфракрасной сушке яблок в тонком слое.

2. Выполнена численная реализация модели на языке Python. Проведены вычислительные эксперименты для восьми режимов сушки, по результатам которых установлены количественные характеристики процессов: время достижения целевой влажности 1,2 кг/кг (от 145 до 252 мин.), максимальная температура продукта (от 42 до 68°C) и сохранность витамина С (от 2,1 до 18,2%).

3. Введен и обоснован комплексный показатель эффективности Q, характеризующий баланс между скоростью сушки и сохранностью витамина С. Значения Q варьируются от 0,87 до 6,62.

4. На основе анализа показателя Q определен оптимальный режим – импульсный 1:4. Данный режим обеспечивает наилучший баланс между временем сушки (165 мин.) и качеством продукта (сохранность витамина С 18,2%, максимальная температура 42°C), что подтверждается максимальным значением Q=6,62.

5. Разработанная модель и ее программная реализация могут быть использованы для прогнозирования кинетики сушки и качества продукта при различных режимах инфракрасной сушки, что позволяет сократить объем экспериментальных исследований при проектировании промышленных сушильных установок.

Библиографический список

1. Nowak, D., Lewicki, P. P. (2004). Infrared drying of apple slices. *Innovative Food Science & Emerging Technologies*, 5(3), 353-360.

2. Vega-Galvez, A., Di Scala, K., Rodriguez, K., et al. (2009). Effect of air-drying temperature on physico-chemical properties, antioxidant capacity, colour and total phenolic content of red pepper (*Capsicum annuum*, L. var. *Hungarian*). *Food Chemistry*. 117. 647-653. DOI: 10.1016/j.foodchem.2009.04.066.

3. Erbay, Z., Icier, F. (2010). A review of thin layer drying of foods: theory, modeling, and experimental results. *Critical Reviews in Food Science and Nutrition*, 50 (5), 441–464. <https://doi.org/10.1080/10408390802437063>.

4. Togrul, H. (2005). Simple modeling of infrared drying of fresh apple slices. *Journal of Food Engineering*. 71. 311-323. DOI: 10.1016/j.jfoodeng.2005.03.031.

5. Лыков А.В. Теория сушки / А.В. Лыков. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва: Энергия, 1968. – 473 с. – Текст: непосредственный.

6. Krishnamurthy, K., Khurana, H., Jun, S., et al. (2008). Infrared Heating in Food Processing: An Overview. *Comprehensive Reviews in Food Science and Food Safety*. 7. 1-13.

7. Kumar C., Karim M. A., Joardder M. U. H. (2014). Intermittent drying of food products: A critical review. *Journal of Food Engineering*. 121: 48-57.

8. Midilli A., Kucuk H., Yapar Z. (2002). A new model for single-layer drying. *Drying Technology: An International Journal*, 20:7, 1503-1513. <http://dx.doi.org/10.1081/DRT-120005864>.

9. Rudobashta S.P., Podyablonskaya D.O., Kazub V.T., Lago L.A. Oscillating infrared drying of apple peels. *Modern Science and Innovations*. 2024; (4):53-59. <https://doi.org/10.37493/2307-910X.2024.4.5>.

10. Adak, N., Heybeli, N., Ertekin, C. (2017). Infrared drying of strawberry. *Food Chemistry*, 219, 109–116. <https://doi.org/10.1016/j.foodchem.2016.09.103>.

11. Исследование процесса экстракции ягод облепихи в лабораторной установке субкритическим диоксидом углерода / Р. А. Деменюк, Е. Н. Неверов, И. А. Короткий [и др.]. – DOI 10.53083/1996-4277-2024-242-12-78-83. – Текст: непосредственный // Вестник Алтайского государственного аграрного университета. – 2024. – № 12 (242). – С. 78-83.

12. Методика определения криоскопической температуры для различных плодов и ягод / И. А. Короткий, Е. Н. Неверов, Е. В. Короткая, О. Ю. Лапшакова. – Текст: непосредственный // Известия Нижневолжского агроуниверситетского

комплекса: наука и высшее профессиональное образование. – 2022. – № 2 (66). – С. 202-208.

13. Исследование параметров работы дегидрататора для реализации конвективной сушки влагосодержащих пищевых продуктов / Е. Н. Неверов, И. А. Короткий, А. К. Горелкина, А. Е. Задесенец. – Текст: непосредственный // Известия Нижневолжского агроуниверситетского комплекса: наука и высшее профессиональное образование. – 2023. – № 2 (70). – С. 466-479.

14. Исследование процесса применения диоксида углерода при таблетировании инстантированных продуктов и сухих смесей растительных компонентов / Е. Н. Неверов, И. Б. Плотников, П. С. Коротких, Л. В. Плотникова. – Текст: непосредственный // Вестник Красноярского государственного аграрного университета. – 2024. – № 7 (208). – С. 229-242.

References

1. Nowak, D., Lewicki, P. P. (2004). Infrared drying of apple slices. *Innovative Food Science & Emerging Technologies*, 5(3), 353-360.

2. Vega-Galvez, A., Di Scala, K., Rodriguez, K., et al. (2009). Effect of air-drying temperature on physico-chemical properties, antioxidant capacity, colour and total phenolic content of red pepper (*Capsicum annuum*, L. var. Hungarian). *Food Chemistry*. 117. 647-653. DOI: 10.1016/j.foodchem.2009.04.066.

3. Erbay, Z., Icier, F. (2010). A review of thin layer drying of foods: theory, modeling, and experimental results. *Critical Reviews in Food Science and Nutrition*, 50 (5), 441-464. <https://doi.org/10.1080/10408390802437063>.

4. Togrul, H. (2005). Simple modeling of infrared drying of fresh apple slices. *Journal of Food Engineering*. 71. 311-323. DOI: 10.1016/j.jfoodeng.2005.03.031.

5. Lykov A.V. *Teoriya sushki* / A.V. Lykov. – 2-e izd., pererab. i dop. – Moskva: Energiya, 1968. – 473 s.

6. Krishnamurthy, K., Khurana, H., Jun, S., et al. (2008). Infrared Heating in Food Processing: An Overview. *Comprehensive Reviews in Food Science and Food Safety*. 7. 1-13.

7. Kumar C., Karim M. A., Joardder M. U. H. (2014). Intermittent drying of food products: A critical review. *Journal of Food Engineering*. 121: 48-57.

8. Midilli A., Kucuk H., Yapar Z. (2002). A new model for single-layer drying. *Drying Technology: An International Journal*, 20:7, 1503-1513. <http://dx.doi.org/10.1081/DRT-120005864>.

9. Rudobashta S.P., Podyablonskaya D.O., Kazub V.T., Lago L.A. Oscillating infrared drying of apple peels. *Modern Science and Innovations*. 2024; (4):53-59. <https://doi.org/10.37493/2307-910X.2024.4.5>.

10. Adak, N., Heybeli, N., Ertekin, C. (2017). Infrared drying of strawberry. *Food Chemistry*, 219, 109-116. <https://doi.org/10.1016/j.foodchem.2016.09.103>.

11. Demenyuk R.A. Issledovanie protsessa ekstraktsii yagod oblepikhi v laboratornoy ustanovke subkriticheskim dioksidom ugleroda / R.A. Demenyuk, E.N. Neverov, I.A. Korotkiy, I.V. Timoshchuk, V.A. Shkerdin // Vestnik Altayskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta. 2024. No. 12 (242). S. 78-83.

12. Korotkiy I.A. Metodika opredeleniya krioskopicheskoy temperatury dlya razlichnykh plodov i yagod / I.A. Korotkiy, E.N. Neverov, E.V. Korotkaya, O.Yu. Lapshakova // Izvestiya Nizhnevolskogo agrouniversitetskogo kompleksa: Nauka i vysshee professionalnoe obrazovanie. 2022. No. 2 (66). S. 202-208.

13. Neverov E.N. Issledovanie parametrov raboty degidratatora dlya realizatsii konvektivnoy sushki vlagosoderzhashchikh pishchevykh produktov / E.N. Neverov, I.A. Korotkiy, A.K. Gorelkina, A.E. Zadesenets // Izvestiya Nizhnevolskogo agrouniversitetskogo kompleksa: Nauka i vysshee professionalnoe obrazovanie. – 2023. – No. 2 (70). – S. 466-479.

14. Neverov E.N., Issledovanie protsessa primeneniya dioksida ugleroda pri tabletirovanii instantirovannykh produktov i sukhikh smesey rastitelnykh komponentov / E.N. Neverov, I.B. Plotnikov, P.S. Korotkikh, L.V. Plotnikova // Vestnik KrasGAU. 2024. No. 7 (208). S. 229-242.

