



МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СКОРОСТИ ОТРЫВА ГРАНУЛ ГИДРОГЕЛЯ ОТ РЕБРА ДОЗИРУЮЩЕЙ КАТУШКИ ВЫСЕВАЮЩЕГО АППАРАТА ПНЕВМАТИЧЕСКОЙ СЕЯЛКИ

MATHEMATICAL MODELING OF SEPARATION VELOCITY OF HYDROGEL GRANULES FROM THE EDGE OF THE METERING DEVICE IN THE SEEDING UNIT OF AN AIR-SEEDER

Ключевые слова: гидрогель, гранула, дозирующая катушка, высевающий аппарат, отрыв гранулы, абсолютная скорость, математическое моделирование, центробежная сила, кориолисова сила, влажность гидрогеля.

Движение гранулированных материалов с изменяемыми физико-механическими свойствами (в частности, гидрогеля, чьи характеристики сильно зависят от влажности) по сложной траектории на катушке и в момент отрыва представляет значительную сложность для теоретического описания и расчета. Определение скорости гранулы в момент отрыва от ребра катушки (V_{abc}) является ключевым параметром для расчета ее дальнейшей траектории в тукопроводе и предсказания точки падения в сошнике. Целью исследования является разработка математической модели и определение абсолютной скорости (V_{abc}) гранулы гидрогеля в момент ее отрыва от ребра дозирующей катушки высевающего аппарата пневматической сеялки, а также изучение зависимости этой скорости от угловой скорости вращения дозирующей катушки (ω) и абсолютной влажности гидрогеля (W_a). Представлено математическое моделирование динамики движения гранулы гидрогеля на участке отрыва от ребра дозирующей катушки высевающего аппарата пневматической сеялки. Разработанная физико-математическая модель учитывает движение гранулы под действием сил тяжести, центробежной силы, силы трения, силы сопротивления воздушному потоку и кориолисовой силы инерции. На основе решения системы дифференциальных уравнений получены аналитические выражения для определения времени движения гранулы по ребру катушки (t) и ее относительной скорости ($V_{отн}$). Установлена зависимость абсолютной скорости отрыва (V_{abc}) от ключевых параметров: угловой

скорости вращения катушки (ω), длины ее ребра (l), коэффициента трения (f), абсолютной влажности гидрогеля (W_a) и скорости воздушного потока (V_b). Результаты расчетов, выполненные в среде Mathcad, визуализированы в виде графических зависимостей $V_{abc} = F(\omega, W_a)$. Полученные зависимости позволяют прогнозировать скорость подачи гранул в тукопровод и оптимизировать параметры работы дозирующего узла сеялки для гранул гидрогеля с целью повышения равномерности высева.

Keywords: hydrogel, granule, metering device, seeding unit, granule separation, absolute velocity, mathematical modeling, centrifugal force, Coriolis force, hydrogel moisture content.

The movement of granular materials with variable physical and mechanical properties (in particular, hydrogel which characteristics are highly dependent on moisture content) along a complex trajectory on a coil and at the moment of separation presents a significant challenge for theoretical description and calculation. Determining the velocity of a granule at the moment of its separation from the edge of the metering device is a key parameter for calculating its further trajectory in the fertilizer tube and predicting the point of impact in the furrow opener. The research goal is to develop a mathematical model and determine the absolute velocity of a hydrogel granule at the moment of its separation from the edge of the metering device of the seeding unit of an air-seeder as well as to investigate the dependence of this velocity on the angular velocity of the metering device (ω) and the absolute moisture content of the hydrogel. Mathematical simulation of the dynamics of a hydrogel granule motion at the section of the separation from the edge of the metering device of the seeding unit of an air-seeder is presented. The developed physical-mathematical

model accounts for the motion of a granule under the action of gravity, centrifugal force, friction force, air flow resistance force, and the Coriolis inertial force. Based on the solution of the system of differential equations, analytical expressions were obtained to determine the time of a granule movement along the metering device edge and its relative velocity. The dependence of the absolute separation velocity on the key parameters was determined: the angular velocity of the metering device (ω),

length of its edge (l), friction coefficient (f), absolute moisture content of the hydrogel, and the air flow velocity. The calculation results performed in the Mathcad environment are visualized as graphical dependencies. The obtained dependencies allow for predicting the granule feed velocity into the fertilizer tube and optimizing the operating parameters of the seeder metering unit for hydrogel granules to improve seeding uniformity.

Рыжий Сергей Владимирович, ст. преподаватель, ФГБОУ ВО Луганский ГАУ, г. Луганск, Российская Федерация, e-mail: ryzhyy1983@mail.ru.

Ryzhiy Sergey Vladimirovich, Asst. Prof., Luhansk Voroshilov State Agricultural University, Luhansk, Russian Federation, e-mail: ryzhyy1983@mail.ru.

Введение

Точность и равномерность высева семян и гранулированных материалов, таких как гидрогель, являются критически важными факторами для получения высоких урожаев в современном сельском хозяйстве [1, 2].

Дозирующие катушки широко применяются в высевающих аппаратах благодаря своей надежности и производительности [3, 4]. Однако движение гранулированных материалов с изменяющимися физико-механическими свойствами (в частности, гидрогеля, чьи характеристики сильно зависят от влажности) по сложной траектории на катушке и в момент отрыва представляет значительную сложность для теоретического описания и расчета [5-7]. Определение скорости гранулы в момент отрыва от ребра дозирующей катушки (V_{abc}) является ключевым параметром для расчета ее дальнейшей траектории в тукопроводе и определения точки падения в почву [8]. Существующие модели часто не учитывают в комплексе все действующие силы, включая силы инерции и сопротивление воздуха, либо используют упрощенные подходы [9].

Цель исследования – разработать математическую модель и определить абсолютную скорость (V_{abc}) гранулы гидрогеля в момент ее отрыва от ребра дозирующей катушки высевающего аппарата, исследовав зависимость данного параметра от угловой скорости вращения дозирующей катушки (ω) и абсолютной влажности гидрогеля (W_a).

Объекты и методы

В основу исследования положен метод расчета теоретической механики и математического моделирования динамики материальной точки (гранулы гидрогеля массой m) [10]. Рассматривался момент времени потери контакта гранулы с ребром дозирующей катушки (рис. 1).

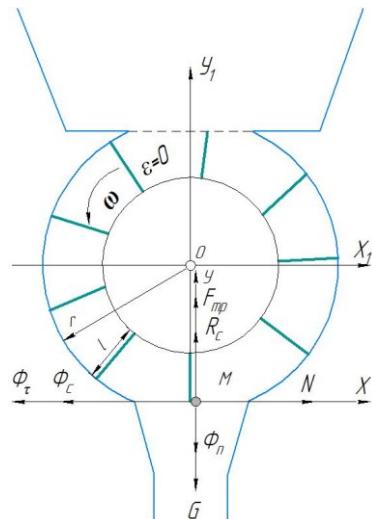


Рис. 1. Схема отрыва гранулы гидрогеля в момент потери контакта с ребром дозирующей катушки

Физическая модель. Гранула движется по прямолинейному ребру дозирующей катушки длиной l . Дозирующая катушка вращается с постоянной угловой скоростью ω . Радиус до конца ребра r .

Действующие силы в момент движения гранулы гидрогеля по ребру дозирующей катушки (рис. 1):

$G = mg$ – сила тяжести, Н;

$\Phi_{\text{п}} = m \cdot \omega^2 \cdot r$ – центробежная сила, Н;

$F_{\text{тр}} = f \cdot N$ – сила трения, Н (где f – коэффициент трения, N – нормальная реакция опоры);

$R_c = mgk_{\text{п}}(V_{\text{в}} - V)^2$ – сила сопротивления воздушному потоку, Н (где $k_{\text{п}}$ – коэффициент парусности, $V_{\text{в}}$ – скорость воздушного потока, V – скорость движения гранулы);

$\Phi_c = 2m \cdot V_{\text{отн}} \cdot \omega$ – кориолисова сила инерции, Н;

$\Phi_t = m \cdot \varepsilon \cdot r = 0$ – касательная сила инерции (при угловой скорости $\omega = \text{const}$, угловое ускорение $\varepsilon = 0$).

Математическая модель. Составлены дифференциальные уравнения движения гранулы в проекциях на оси координат (Х, Y), связанные с катушкой (ось Y – вдоль ребра). После подстановки сил и преобразований получено неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка относительно координаты у (вдоль ребра):

$$\ddot{y} + 2f\dot{y}\omega = B; \quad (1)$$

$$B = \{g[1 - k_{\text{п}}(V_{\text{в}} - V)^2] + \omega^2 r\}, \quad (2)$$

где B – постоянный коэффициент.

Решение уравнения (1) находим как сумму общего решения однородного уравнения и частного решения. При начальных условиях ($t=0$, $y=0$, $\dot{y}=0$) получены уравнения траектории (3) и скорости вдоль ребра (4):

$$y = \frac{B}{2f\omega} \left[\frac{1}{2f\omega} (e^{-2f\omega t} - 1) + t \right]; \quad (3)$$

$$\dot{y} = V_{\text{отн}} = \frac{B}{2f\omega} (1 - e^{-2f\omega t}). \quad (4)$$

В момент отрыва ($t = \tau$) гранула проходит вдоль ребра путь, равный его длине l ($y(\tau) = l$). Подстановка в (3) дает трансцендентное уравнение для времени отрыва τ (5):

$$l = \frac{B}{2f\omega} \left[\frac{1}{2f\omega} (e^{-2f\omega\tau} - 1) + \tau \right]. \quad (5)$$

При найденном τ из (3) определяется относительная скорость $V_{\text{отн}}$ (4).

Далее определим переносную скорость гранулы гидрогеля:

$$V_{\text{пер}} = \omega r. \quad (6)$$

Абсолютная скорость в момент отрыва находится по правилу сложения скоростей (рис. 2):

$$V_{\text{абс}} = \sqrt{V_{\text{отн}}^2 + V_{\text{пер}}^2}. \quad (7)$$

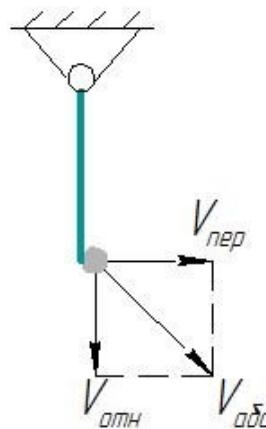


Рис. 2. Схема скоростей, действующих на абсолютную скорость гранулы гидрогеля в момент отрыва ее от ребра дозирующей катушки

Для решения трансцендентного уравнения (5) и последующего расчета $V_{\text{отн}}$, $V_{\text{пер}}$ и $V_{\text{абс}}$ использовалась среда математического моделирования Mathcad [11]. Исследовалось влияние на $V_{\text{абс}}$ угловой скорости дозирующей катушки ω (диапазон варьировался) и абсолютной влажности W_a (при разных показателях), оказывающей в свою очередь воздействие на коэффициент трения f и массу гидрогеля m . Конкретные значения r , l , $f(W_a)$, k_n , $V_{\text{в}}$ принимались на основе экспериментальных данных [7].

Результаты исследований и их обсуждения

Уравнение (5) успешно решено численно в Mathcad [11] для различных комбинаций ω (1,88; 2,55; 3,77 с^{-1}) и W_a (11, 17 и 23%). Результаты показали, что время τ уменьшается с ростом ω и увеличивается с ростом W_a (из-за увеличения коэффициента трения f и массы m влажной гранулы).

Расчеты $V_{\text{отн}}$ (4) и $V_{\text{пер}}$ (6) также подтверждают ожидаемые зависимости: $V_{\text{пер}}$ линейно растет с увеличением ω ; а $V_{\text{отн}}$ возрастает с ростом ω и параметра B (зависящего от ω^2 и слагаемого $g[1 - k_{\text{п}}(V_{\text{в}} - V)^2]$), однако этот рост ограничен экспоненциальным членом ($e^{-2f\omega\tau}$), который при больших значениях времени t или произведения ω стремится к нулю ($e^{-\infty} \rightarrow 0$), а,

следовательно, тогда $V_{\text{отн}}$ стремится к $\frac{B}{2f\omega}$. С ростом W_a и (f) величина $V_{\text{отн}}$ снижается.

Ключевым результатом исследования стали расчетные значения $V_{\text{абс.}}$ по формуле (7) для различных ω и W_a (табл.).

Анализ расчетных данных позволил построить графические зависимости (рис. 3-5).

Таблица

Показатели определения абсолютной скорости гранулы гидрогеля $V_{\text{абс.}}$, м/с

Абсолютная влажность гидрогеля W_a , %	Угловая скорость вращения дозирующей катушки ω , с^{-1}	Абсолютная скорость гранулы гидрогеля $V_{\text{абс.}}$, м/с
11	1,88	0,303
	2,55	0,319
	3,77	0,355
17	1,88	0,312
	2,55	0,328
	3,77	0,365
23	1,88	0,321
	2,55	0,335
	3,77	0,374

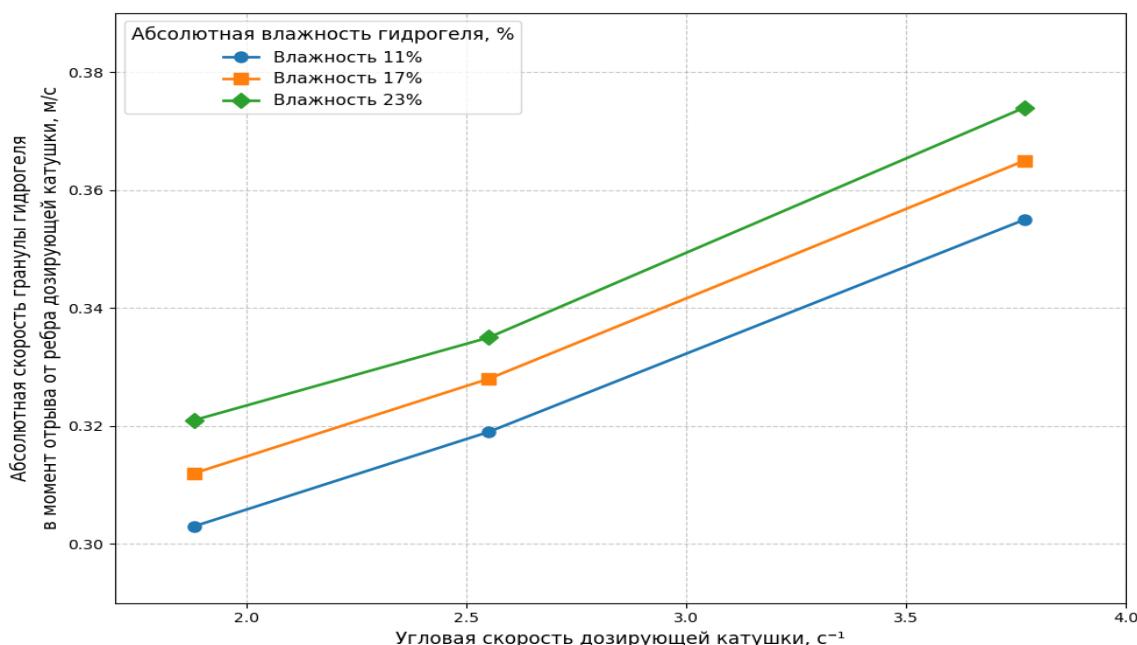


Рис. 3. Зависимость абсолютной скорости гранулы гидрогеля в момент отрыва от ребра дозирующей катушки от угловой скорости катушки при разной абсолютной влажности гидрогеля

На рисунке 3 кривые имеют нелинейный возрастающий характер. С увеличением ω рост $V_{\text{абс}}$ обусловлен в первую очередь значительным ростом $V_{\text{пер}}$. При фиксированной ω увеличение W_a приводит к снижению $V_{\text{абс}}$, что объясняется уменьшением $V_{\text{отн}}$ из-за возросшего трения и возможным увеличением массы гранулы.

На рисунке 4 зависимости носят убывающий характер. Скорость $V_{\text{абс}}$ снижается по мере уве-

личения влажности гранулы. Чем выше ω , тем сильнее проявляется влияние W_a на $V_{\text{абс}}$.

Рисунок 5 наглядно демонстрирует совместное влияние факторов в виде трехмерной зависимости. Минимальные значения $V_{\text{абс}}$ наблюдаются в области малых ω и высоких W_a , максимальные – в области высоких ω и низких W_a .

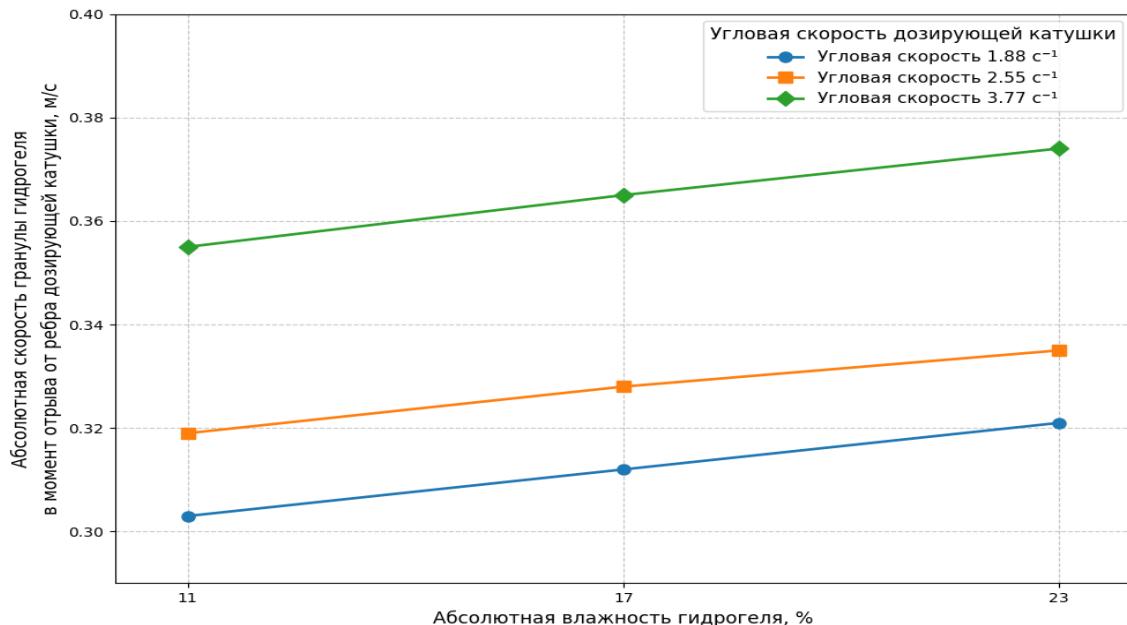


Рис. 4. Зависимость абсолютной скорости гранулы гидрогеля в момент отрыва от ребра дозирующей катушки от абсолютной влажности гидрогеля при разных угловых скоростях катушки

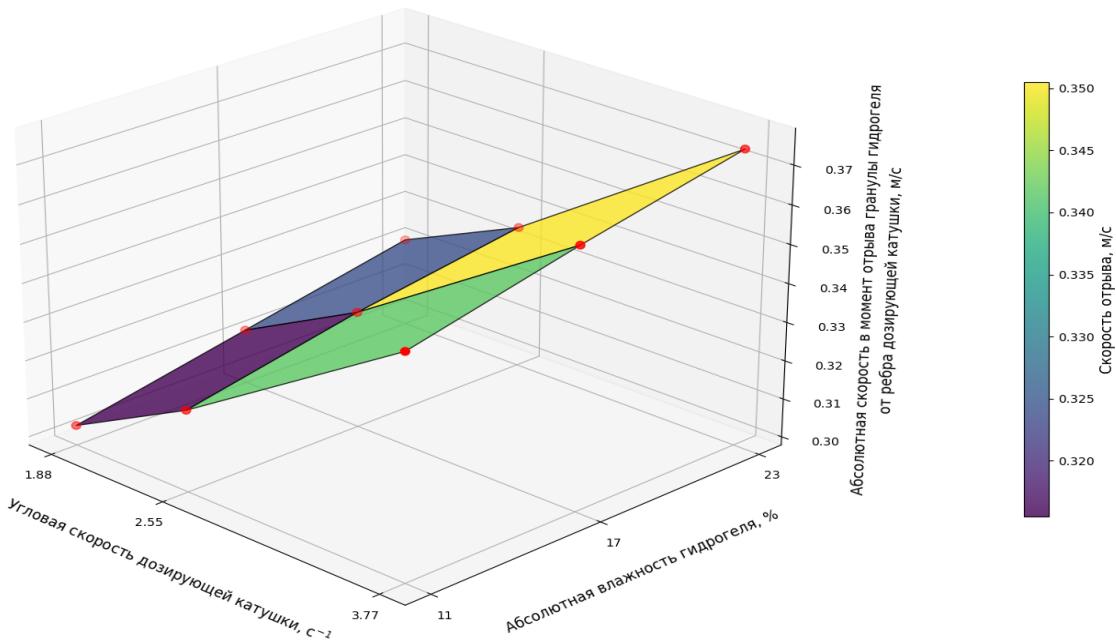


Рис. 5. Зависимость абсолютной скорости гранулы гидрогеля в момент отрыва от ребра дозирующей катушки при абсолютной влажности гидрогеля и угловых скоростях катушки

Таким образом, полученные зависимости полностью соответствуют физической картине процесса. Рост угловой скорости дозирующей катушки ω увеличивает центробежный эффект, способствуя более быстрому сходу гранулы и росту как $V_{\text{отн}}$, так и $V_{\text{пер}}$, что в сумме дает рост $V_{\text{абс}}$. Увеличение абсолютной влажности гидрогеля W_a приводит к повышению адгезионно-когезионных свойств гранулы и ее массы, увеличивая силу трения о ребро катушки. Это затрудняет движение гранулы вдоль ребра $V_{\text{отн}}$, увеличивает время ее движения по ребру и, как следствие, снижает итоговую скорость отрыва $V_{\text{абс}}$. Учет силы сопротивления воздуха R_c в результате коэффициенте B вносит поправку, зависящую от разности скоростей, но его влияние в рамках данного исследования (при характерных V_b) оказалось менее значимым по сравнению с ω и $f(W_a)$.

Выводы

1. Разработана математическая модель движения гранулы гидрогеля по ребру дозирующей катушки вплоть до момента отрыва, учитывающая комплекс действующих сил: тяжести, центробежную, трения, кoriолисову силу инерции и сопротивление воздушного потока к тукопроводу.

2. Получено дифференциальное уравнение движения (1) и найдено его аналитическое решение (уравнения (3), (4), описывающее положение и скорость гранулы вдоль ребра.

3. Сформулировано трансцендентное уравнение (5) для определения времени движения гранулы по ребру до отрыва (t), решаемое численно (Mathcad).

4. Установлена зависимость абсолютной скорости отрыва гранулы ($V_{\text{абс}}$) от угловой скорости вращения катушки (ω) и абсолютной влажности гидрогеля (W_a): $V_{\text{абс}}$ возрастает с увеличением ω и уменьшается с ростом W_a .

5. Результаты расчетов показывают значительное влияние исследуемых факторов на $V_{\text{абс}}$. Наибольшие скорости отрыва достигаются при

высоких оборотах катушки, а также низкой абсолютной влажности гранул гидрогеля.

6. Полученные зависимости $V_{\text{абс}} = F(\omega, W_a)$ позволяют прогнозировать начальную скорость гранулы при входе в тукопровод и являются основой для оптимизации режимов работы дозирующей катушки (ω) и учета влажности материала (W_a) с целью повышения точности высева гидрогелевых гранул.

Для практического применения модели необходимы экспериментальная апробация и уточнение коэффициентов ($f(W_a)$, k_n) для конкретных марок гидрогеля.

Библиографический список

1. Saha, S., Kucher, O., Utkina, A., Rebouh, N. (2025). Precision agriculture for improving crop yield predictions: a literature review. *Frontiers in Agronomy*. 7:1566201. DOI: 10.3389/fagro.2025.1566201.
2. Batista J. A., et al. (2024). Ventajas agrícolas en las prácticas de manejo del suelo generadas mediante el uso de técnicas de agricultura de precisión. Una revisión bibliográfica. *Revista Geográfica Venezolana*. 65 (1): 219–227. DOI: <https://doi.org/10.53766/RGV/2024.65.1.14>.
3. Spagnolo, R., et al. (2021). Models for predicting the performance of fertilizer metering in seed cum fertilizer drill. *Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental*. 25. 51-57. DOI 10.1590/1807-1929/agriambi.v25n1p51-57.
4. Кленин, Н. И. Сельскохозяйственные и мелиоративные машины: учебник / Н. И. Кленин, В. Г. Егоров. – Москва: КолосС, 2013. – 464 с. – Текст: непосредственный.
5. Цепляев, А. Н. Влияние конструктивных параметров посевной комбинированной сеялки на скорость семян и гидрогеля при их подаче в рядок / А. Н. Цепляев, В. В. Тимошенко, С. И. Богданов. – Текст: непосредственный // Известия Нижневолжского агроуниверситетского комплекса: наука и высшее профессиональное образование. – 2016. – № 2 (42). – С. 241-248. – EDN: WIMHFP.

6. Цепляев, А. Н. Анализ существующих технологий внесения сополимеров и перспективы их использования / А. Н. Цепляев, В. И. Филин, А. П. Тибирьков, В. В. Тимошенко. – Текст: непосредственный // Научные основы стратегии развития АПК и сельских территорий в условиях ВТО: материалы Международной научно-практической конференции: в 3 томах. – Волгоград: Волгоградский ГАУ, 2014. – Т. 3. – С. 80-83. – EDN: VNMFML.

7. Брюховецкий, А. Н. Исследование физико-механических свойств функциональных влагоудерживающих смесей / А. Н. Брюховецкий, С. В. Рыжий. – Текст: непосредственный // Научный вестник Луганского государственного аграрного университета. – 2022. – № 2 (15). – С. 332-341. – EDN: MJGFKW.

8. Цепляев, А. Н. Теоретическое определение скорости движения частицы гидрогеля в момент отрыва от ребра катушки / А. Н. Цепляев, В. В. Тимошенко. – Текст: непосредственный // Проблемы развития АПК региона. – 2016. – Т. 26, № 2 (26). – С. 75-79. – EDN: WGIAQR.

9. Рыжий, С. В. Обоснование конструкторских параметров рабочего органа для локально-го внесения биодеградируемого сорбционного материала / С. В. Рыжий. – Текст: непосредственный // Научный вестник Луганского государственного аграрного университета. – 2021. – № 2 (11). – С. 361-366. – EDN: WFIJWZ.

10. Ашихмин, В. Н. Введение в математическое моделирование: учебное пособие / В. Н. Ашихмин, П. В. Трусов [и др.]. – Москва: ЛОГОС, 2005. – 440 с. – Текст: непосредственный.

11. Mathcad: [офиц. сайт] / PTC. – URL: <https://www.ptc.com/en/products/mathcad> (дата обращения: 13.08.2025). – Текст: электронный.

Agronomy. 7:1566201. DOI: 10.3389/fagro. 2025.1566201.

2. Batista J. A., et al. (2024). Ventajas agrícolas en las prácticas de manejo del suelo generadas mediante el uso de técnicas de agricultura de precisión. Una revisión bibliográfica. *Revista Geográfica Venezolana*. 65 (1): 219–227. DOI: <https://doi.org/10.53766/RGV/2024.65.1.14>.

3. Spagnolo, R., et al. (2021). Models for predicting the performance of fertilizer metering in seed cum fertilizer drill. *Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental*. 25. 51-57. DOI 10.1590/1807-1929/agriambi.v25n1p51-57.

4. Klenin, N. I. Selskokhoziaistvennye i meliorativnye mashiny: uchebnik / N. I. Klenin, V. G. Egorov. – Moskva: KolosS, 2013. – 464 s.

5. Tsepliaev, A. N. Vliianie konstruktivnykh parametrov posevnoi kombinirovannoi seialki na skorost semian i gidrogelia pri ikh podache v riadok / A. N. Tsepliaev, V. V. Timoshenko, S. I. Bogdanov // Izvestiya Nizhnevolzhskogo agrouniversitetskogo kompleksa: nauka i vysshee professionalnoe obrazovanie. – 2016. – № 2 (42). – S. 241–248.

6. Tsepliaev, A. N. Analiz sushchestvuiushchikh tekhnologii vneseniiia sopolimerov i perspektivy ikh ispolzovaniia / A. N. Tsepliaev, V. I. Filin, A. P. Tibirkov, V. V. Timoshenko // Nauchnye osnovy strategii razvitiia APK i selskikh territorii v usloviakh VTO: materialy Mezhdunar. nauch.-prakt. konf.: v 3 t. – Volgograd: Volgogradskii GAU, 2014. – Т. 3. – С. 80-83.

7. Briukhovetskii, A. N. Issledovanie fiziko-mekhanicheskikh svoistv funktsionalnykh vlagouderzhivaiushchikh smesei / A. N. Briukhovetskii, S. V. Ryzhii // Nauchnyi vestnik Luganskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta. – 2022. – № 2 (15). – С. 332–341.

8. Tsepliaev, A. N. Teoreticheskoe opredelenie skorosti dvizheniiia chasitsy gidrogelia v moment otryva ot rebra katushki / A. N. Tsepliaev, V. V. Timoshenko // Problemy razvitiia APK regiona. – 2016. – Т. 26, № 2 (26). – С. 75–79.

References

1. Saha, S., Kucher, O., Utkina, A., Rebouh, N. (2025). Precision agriculture for improving crop yield predictions: a literature review. *Frontiers in*

9. Ryzhii, S. V. Obosnovanie konstruktorskikh parametrov rabochego organa dlia lokalnogo vneseniiia biodegradiruemogo sorbtionnogo materiala / S. V. Ryzhii // Nauchnyi vestnik Luganskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta. – 2021. – No. 2 (11). – S. 361–366.

10. Ashikhmin, V. N. Vvedenie v matematicheskoe modelirovaniye: uchebnoe posobie / V. N. Ashikhmin, P. V. Trusov [i dr.]. – Moskva: LOGOS, 2005. – 440 s.

11. Mathcad [ofits. sait] / PTC. – URL: <https://www.ptc.com/en/products/mathcad> (data obrashcheniia: 13.08.2025).

