

8. Chernyshov A.V. Povyshenie effektivnosti podgotovki tovarnogo i semennogo zerna na resh-etnykh stanakh zernoochistitelnykh mashin: monografiya / A.V. Chernyshov, A.M. Gievskiy. – Voronezh: FGBOU VO Voronezhskiy GAU, 2018. – 159 s.

9. Dyakov A.V. Tekhnicheskie i ekonomicheskie aspekty otsenki effektivnosti investitsiy v mashiny i oborudovanie v selskom khozyaystve / A.V. Dyakov, A.V. Minenko, N.I. Strikunov // Vestnik Altayskogo

gosudarstvennogo agrarnogo universiteta. – 2015. – No. 8 (130). – S. 129-134.

10. Gregg B., Billups G. Seed Conditioning: Technology – Parts A and B, Volume 2. – Taylor & Francis, 2010. – 1000 p.

11. Crop Post-Harvest: Science and Technology, Volume 1: Principles and Practice. Golob, P., Farrell, G., Orchard, J.E. (eds). John Wiley & Sons. 2008. 568 p.



УДК 631.358:634

И.Я. Федоренко
I.Ya. Fedorenko

ЧИСЛЕННО-АНАЛИТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ПЛОДА ПРИ ВИБРАЦИОННОЙ УБОРКЕ

NUMERICAL AND ANALYTICAL STUDY OF FRUIT MOVEMENT DURING VIBRATION HARVESTING

Ключевые слова: плод, вибрация, математический маятник, субрезонансы.

Keywords: fruit, vibration, mathematical pendulum, sub-resonances.

Рассмотрено движение плода как математического маятника при колебаниях ветви. Получена нелинейная математическая модель, которую исследовали численно и аналитически. Нелинейная система «вибрирующая ветвь – плодоножка – плод» демонстрирует весьма сложное динамическое поведение, включающее ангармонические колебания, колебания-биения, вращательные режимы, а также колебания, имеющие стохастический характер. Колебания, имеющие регулярный характер, представлены также нелинейным явлением – субрезонансами, имеющими место на всей протяженности рабочих частот от ω_0 до $6\omega_0$. Наиболее сильным по размахам колебаний субрезонанс обнаруживается на частоте $\omega \approx 3\omega_0$, т. е. как резонанс третьего рода. Поэтому наиболее интенсивные нагрузки плодоножка испытывает на режимах колебаний с $\omega \approx 3\omega_0$, т.е. частота вынуждающего воздействия должна не менее чем в 3 раза быть больше частоты собственных колебаний плода на плодоножке. Поэтому этот режим и рекомендуется в качестве рабочего для садовых вибрационных установок при уборке яблок и груш.

Fruit movement as a mathematical pendulum with branch oscillations is considered. A nonlinear mathematical model was obtained which was investigated numerically and analytically. The nonlinear system “vibrating branch – stalk – fruit” demonstrates highly complex dynamic behavior, including anharmonic oscillations, oscillations – beats, rotational modes, and also oscillations that are stochastic. Regular oscillations are also represented by a non-linear phenomenon – subresonances that take place throughout the whole working frequency range from ω_0 to $6\omega_0$. The strongest oscillations in terms of the oscillations are found at the frequency $\omega \approx 3\omega_0$, i.e., as a third kind of resonance. Therefore, the stalk undergoes the most intense loads on oscillation modes with $\omega \approx 3\omega_0$, i.e. the frequency of the forcing action should be no less than 3 times greater than the frequency of self-oscillation of the fruit on the stalk. Therefore, this mode is recommended as a working one for garden vibration installations when harvesting apples and pears.

Федоренко Иван Ярославович, д.т.н., проф. каф. механизации производства и переработки сельскохозяйственной продукции, Алтайский государственный аграрный университет. Тел.: (3852) 203-271. E-mail: ijfedorenko@mail.ru.

Fedorenko Ivan Yaroslavovich, Dr. Tech. Sci., Prof., Chair of Agricultural Production Mechanization and Processing, Altai State Agricultural University. Ph.: (3852) 203-271. E-mail: ijfedorenko@mail.ru.

Введение

Алтайский край и Республика Алтай имеют большой потенциал развития садоводства, возможности по наращиванию объемов производства фруктов и ягод. Возрождение и обновление садов требуют одновременного совершенствования средств механизации по уходу за фруктовыми культурами и уборке готовой продукции. В частности, высокую эффективность при съеме плодов показывают вибрационные и ударные рабочие органы машин. Разработке данных способов уборки фруктов посвящены работы российских и китайских ученых и конструкторов [1, 2].

Цель исследований – механико-технологическое обоснование режимов процесса вибрационной уборки фруктов на основе нелинейной математической модели. Статья представляет развитие исследований, опубликованных ранее в работе [3].

Материалы и методы

Вибрационный способ уборки фруктов заключается в том, что штамбу дерева придают колебания, при этом ветви колеблются преимущественно в горизонтальном направлении. Развивающиеся инерционные усилия много больше силы тяжести, действующей на плод, и позволяют разрушить плодоножку.

Будем моделировать систему «Вибрирующая ветвь – плодоножка – плод» в виде математического маятника, при этом вес плодоножки не учитываем (рис. 1).

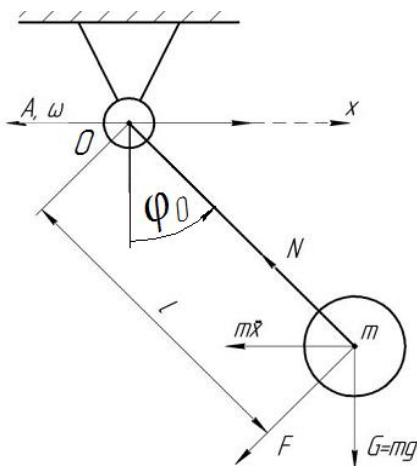


Рис. 1. Расчетная схема процесса вибрационного съема плода

В неинерциальной (связанной с вибрирующей ветвью) системе координат уравнение колебаний плода, как математического маятника, имеет вид [3]:

$$I\ddot{\varphi} = -k\ell(\dot{\varphi})^2 \cdot \text{sign}(\dot{\varphi}) - mgl \sin(\varphi) - ml\ddot{x} \cos(\varphi), \quad (1)$$

где m – масса плода;

l – расстояние от центра тяжести плода до точки подвеса плодоножки к ветви;

I – момент инерции плода относительно точки подвеса O ($I = ml^2$);

$k = \frac{1}{2} c\rho S$ – коэффициент сопротивления воздуха (где c – коэффициент пропорциональности, $c=0,3-0,4$;

ρ – плотность воздуха;

S – миделево сечение плода.

Разделим все члены уравнения (1) на I , при этом учтем, что $I = ml^2$, и, вычисляя производную \ddot{x} , получим:

$$\ddot{\varphi} + \frac{k \cdot l}{m} \cdot \dot{\varphi}^2 \cdot \text{sign}(\dot{\varphi}) + \frac{g}{l} \cdot \sin(\varphi) = \frac{A}{l} \cdot \omega^2 \cdot \cos(\varphi) \cdot \sin(\omega t), \quad (2)$$

где A, ω – амплитуда и угловая частота горизонтальных колебаний ветви.

Вводя обозначения: $\frac{k \cdot l}{m} = 2n; \frac{g}{l} = \omega_0^2; \frac{A}{l} = K$, получим окончательное уравнение колебаний плода, передающихся от ветви:

$$\ddot{\varphi} + 2 \cdot n \cdot \dot{\varphi}^2 \text{sign}(\dot{\varphi}) = K \cdot \omega^2 \cdot \cos(\varphi) \cdot \sin(\omega t), \quad (3)$$

где n – коэффициент демпфирования;

ω_0 – собственная частота колебаний плода на плодоножке.

Уравнение (3) представляет маятниковое уравнение вынужденных колебаний плода, представленное в обычных для теории колебаний обозначениях. Математические модели такого рода демонстрируют сложное динамическое поведение объекта [4, 5]. В связи с существенной нелинейностью дифференциального уравнения (3) и трудностями аналитического (даже приближенного) его решения мы провели предварительное численное исследование данного уравнения. Моделирование осуществили для яблок средних размеров, при этом необходимые данные для вычислений параметров n, ω_0 и K были почерпнуты из источников [1, 6]. Для численного решения дифференциального уравнения использовали метод Рунге-Кутты с адаптирующимся шагом интегрирования (программа Mathcad).

Основные результаты

На рисунке 2 представлены амплитудно-частотные характеристики системы «ветвь-плодоножка-яблоко» для двух ступеней интенсив-

ности внешнего воздействия $K=0,1$ (сплошная линия) и $K=0,2$ (пунктирная линия), полученные численным решением дифференциального уравнения (3). Как видно, амплитудно-частотная характеристика имеет при $K=0,2$ три экстремума – максимума, чего не может быть в одномассной линейной системе, на которой основывается большинство исследований по данной тематике.

Эта многозначность режимов сродни трем резонансам, из которых необходимо выбрать тот, который должен быть реализован в практике вибрационного съема плодов. Вид амплитудно-частотной характеристики показывает, что в нашей системе появились субгармонические резонансы с частотами $\omega \approx 3\omega_0$ и $\omega \approx 4\omega_0$, причем размахи колебаний соизмеримы с размахами при основном резонансе, когда $\omega \approx \omega_0$. Размахи при субгармоническом резонансе 3-го рода даже больше, чем при основном резонансе.

Более того, субгармонические колебания проявляются на всем диапазоне рабочих вынуждающих частот, при этом плод совершает вынужденные колебания плода с частотой $\omega_* \approx \omega_0$, независимо от частоты вынуждающей силы. Это больше похоже на свободные, а не вынужденные колебания. Данное явление в полной мере демонстрирует рисунок 3, где представлены колебания плода при вынуждающих частотах $\omega = 10, 20, 30, 40, 50 \text{ с}^{-1}$. Значения остальных параметров составили: $\omega_0 = 10 \text{ с}^{-1}$; $n=0,002$; $K=0,1$.

Примечательно, что нелинейность системы проявляется при весьма малых колебаниях плода

(рис. 4), чего не наблюдается при свободных его колебаниях. При этом вынужденные колебания при субрезонансах весьма схожи со свободными колебаниями, поскольку происходят на частоте $\omega_* \approx \omega_0$.

Обнаружено также, что субрезонанс 4-го рода при $p=4$ проявляется только при некотором пороговом значении уровня внешнего воздействия, т.е. величины K .

Для качественного объяснения указанных явлений несколько упростим уравнение (3).

Для этого примем, что сопротивление воздуха линейно, а функции $\sin \varphi \cos \varphi$ представим известным разложением в ряд, ограничившись двумя членами:

$$\sin \varphi \approx \varphi - \frac{\varphi^3}{6}; \cos \varphi \approx 1 - \frac{\varphi^2}{2}.$$

Данные ограничения приводят к уравнению

$$\ddot{\varphi} + 2n_*\dot{\varphi} + \omega_0^2 \left(\varphi - \frac{\varphi^3}{6} \right) = K\omega^2 \left(1 - \frac{\varphi^2}{2} \right) \sin \omega t. \quad (4)$$

Последнее уравнение хотя и нелинейное, но проще исходного. Нелинейность позволяет надеяться, что оно сохранило основные черты динамического поведения исходной системы (3).

Перепишем уравнение (4) в виде:

$$\ddot{\varphi} + 2n_*\dot{\varphi} + \left(\omega_0^2 \varphi + \frac{1}{2} K\omega^2 \sin \omega t \cdot \varphi^2 - \frac{1}{6} \omega_0^2 \varphi^3 \right) = K\omega^2 \sin(\omega t + \delta_0), \quad (5)$$

где δ_0 – начальная фаза колебаний.

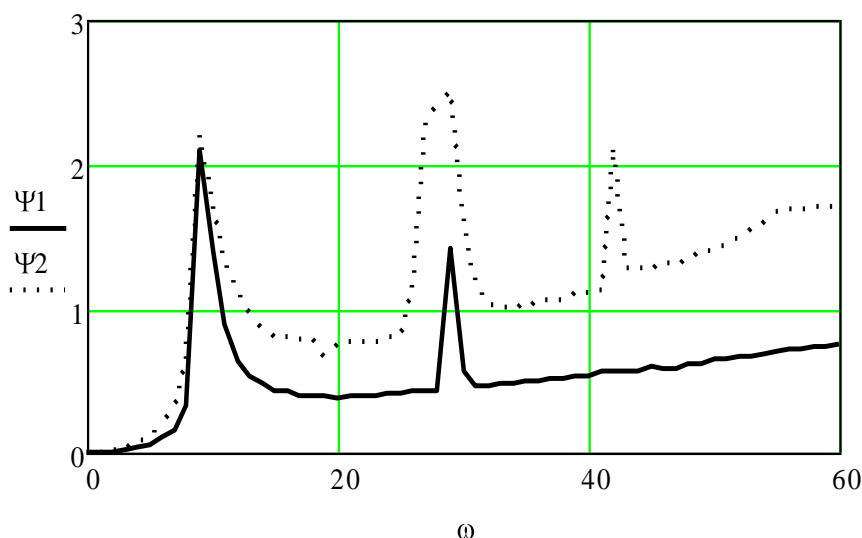


Рис. 2. Амплитудно-частотная характеристика системы: Ψ_1, Ψ_2 – угловые полуразмахи (в рад.) колебаний плода, соответственно, при $K=0,1$ и $K=0,2$

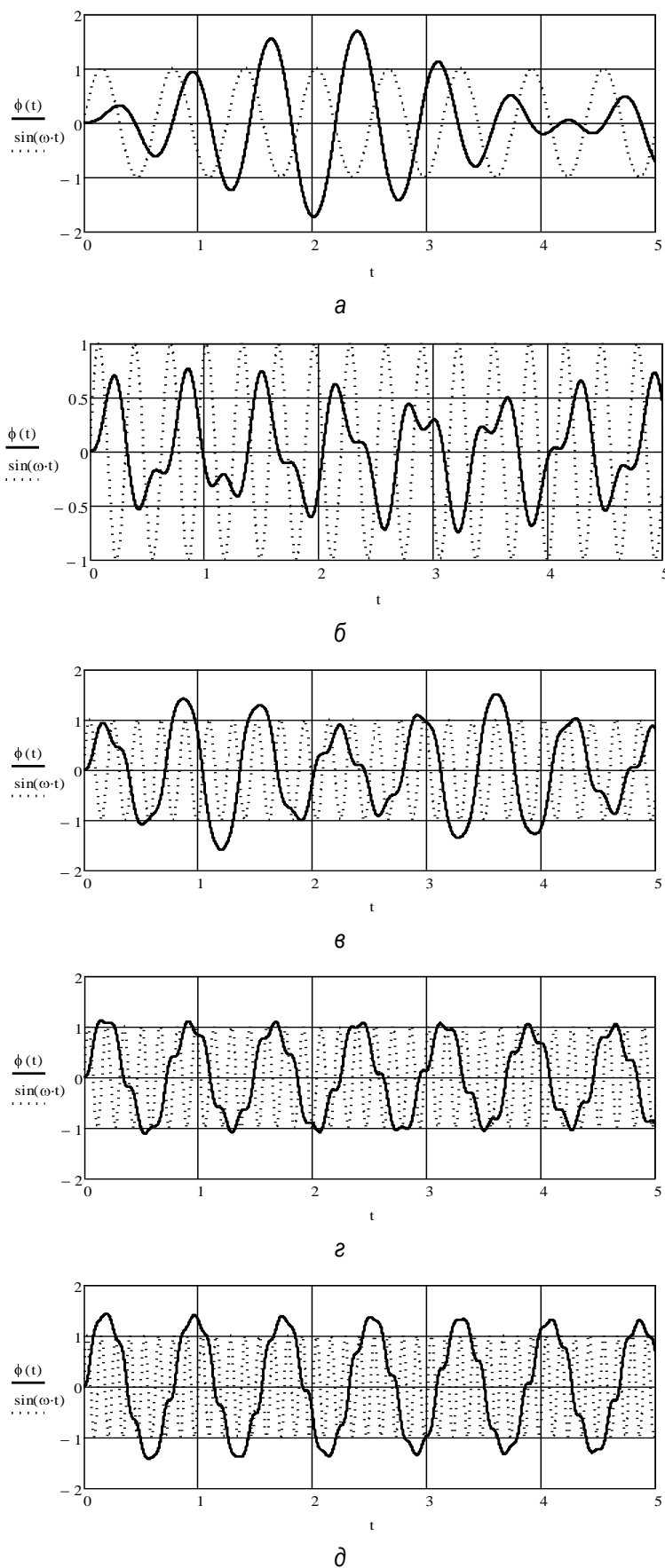


Рис. 3. Режимы колебаний (сплошная линия) плода при вынуждающих воздействиях (пунктирная линия) с частотой:
а – $\omega \approx 10 \text{ c}^{-1}$; б – $\omega \approx 20 \text{ c}^{-1}$; в – $\omega \approx 30 \text{ c}^{-1}$; г – $\omega \approx 40 \text{ c}^{-1}$; д – $\omega \approx 50 \text{ c}^{-1}$

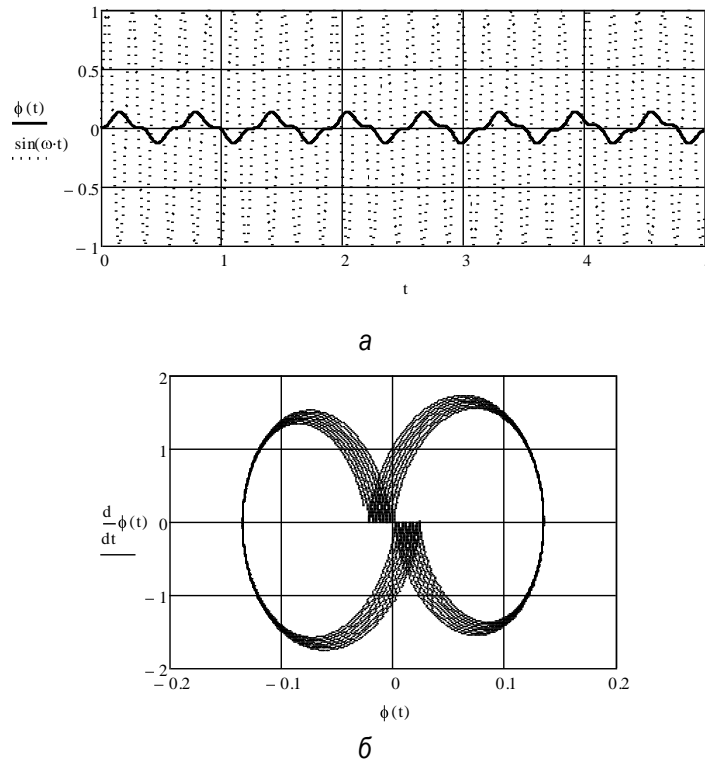


Рис. 4. Пример малых колебаний плода (а) и их фазовый портрет (б) в зоне субрезонанса 3-го рода: $\omega_0=10 \text{ с}^{-1}$; $\omega=30 \text{ с}^{-1}$; $n=0,002$; $K=0,03$

При такой записи видно, что нелинейность содержит возвращающая сила, представляемая в левой части данного уравнения членами, заключенными в скобки. Первый член в скобках указывает на возможность возникновения основного резонанса при $\omega \approx \omega_0$, второй член – на возможность субрезонансов при $\omega \approx p\omega_0$ (где p – целые четные числа) и параметрических колебаний. Наконец, третий член, как в уравнении Дуффинга, демонстрирует возможность возникновения субрезонансов при $\omega \approx p\omega_0$, где p – нечетные целые числа.

Проведем качественный анализ уравнения (5) для самого сильного субрезонанса на третьей гармонике.

Анализ численного решения показывает, что кривая движения содержит в основном две гармоники: одна, основная, – субгармоника с частотой $\omega \approx \omega_0$, вторая – гармоника с частотой вынуждающей силы, т.е. $\omega \approx 3\omega_0$. Однако субгармоника существенно преобладает.

В связи со сказанным ищем приближенное решение в виде

$$\varphi = \psi_1 \sin(3\omega t + \delta_1) + \psi_3 \sin(\omega t), \quad (6)$$

где δ_1 – разность фаз между гармониками решения.

Соответственно, угловую скорость и угловое ускорение будем разыскивать в форме:

$$\dot{\varphi} = 3\psi_1\omega \cos(3\omega t + \delta_1) + \psi_3 \omega \cos(\omega t); \quad (7)$$

$$\ddot{\varphi} = 9\psi_1\omega \sin(3\omega t + \delta_1) + \psi_3 \omega^2 \sin(\omega t). \quad (8)$$

Согласно методу гармонического баланса подставляем предполагаемое решение (6), (7) и (8) в исходное уравнение (5). Приводим подобные члены и приравниваем коэффициенты при соответствующих геометрических функциях. В результате получаем четыре нелинейных алгебраических уравнения:

$$-\psi_3\omega^2 + \psi_3\omega_0^2 - \frac{8}{9}K\omega^2\psi_3^2 \cdot \cos\delta_0 + \frac{9}{4}K\omega^2\psi_3\psi_1 \cdot \cos\delta_1 - \frac{1}{8}\omega_0^2\psi_3^3 + \frac{1}{8}\omega_0^2\psi_3^2\psi_1 \cos\delta_1 = 0; \quad (9)$$

$$2n\psi_3\omega - \frac{8}{9}K\omega^2\psi_3^2 \cdot \sin\delta_0 - \frac{9}{4}K\omega^2\psi_3\psi_1 \cdot \sin\delta_1 + \frac{1}{8}\omega_0^2\psi_3^2\psi_1 \sin\delta_1 = 0; \quad (10)$$

$$-9\psi_{13}\omega^2 \cdot \cos\delta_1 - 6n\psi_1\omega \sin\delta_1 + \omega_0^2\psi_1 \cos\delta_1 - \frac{1}{24}\omega_0^2\psi_3^3 = 9K\omega^2 \cos\delta_0; \quad (11)$$

$$-9\psi_1\omega^2 \cdot \sin\delta_1 + \omega_0^2\psi_1 \sin\delta_1 = 9K\omega^2 \sin\delta_0. \quad (12)$$

Формально из этих четырех уравнений можно определить четыре неизвестных величины: $\psi_1, \psi_3, \delta_0, \delta_1$. Однако реально провести такое определение очень трудно, поэтому ограничимся некоторыми общими свойствами полученных результатов.

Группируя члены в выражение (9), представим его в виде

$$\omega_*^2(\psi_3, \psi_1, \delta_1) - \omega^2 + \frac{9}{4} K \omega^2 \left(\psi_1 \cos \delta_1 - \frac{1}{2} \psi_3 \cos \delta_0 \right) = 0, \quad (13)$$

где $\omega_*^2(\psi_3, \psi_1, \delta_1)$ – частота собственных колебаний плода.

Таким образом, в общем случае

$$\omega_*^2 = \omega_0^2 \left[1 - \frac{1}{8} (\psi_3^2 - \psi_3 \psi_1 \cos \delta_1) \right]. \quad (14)$$

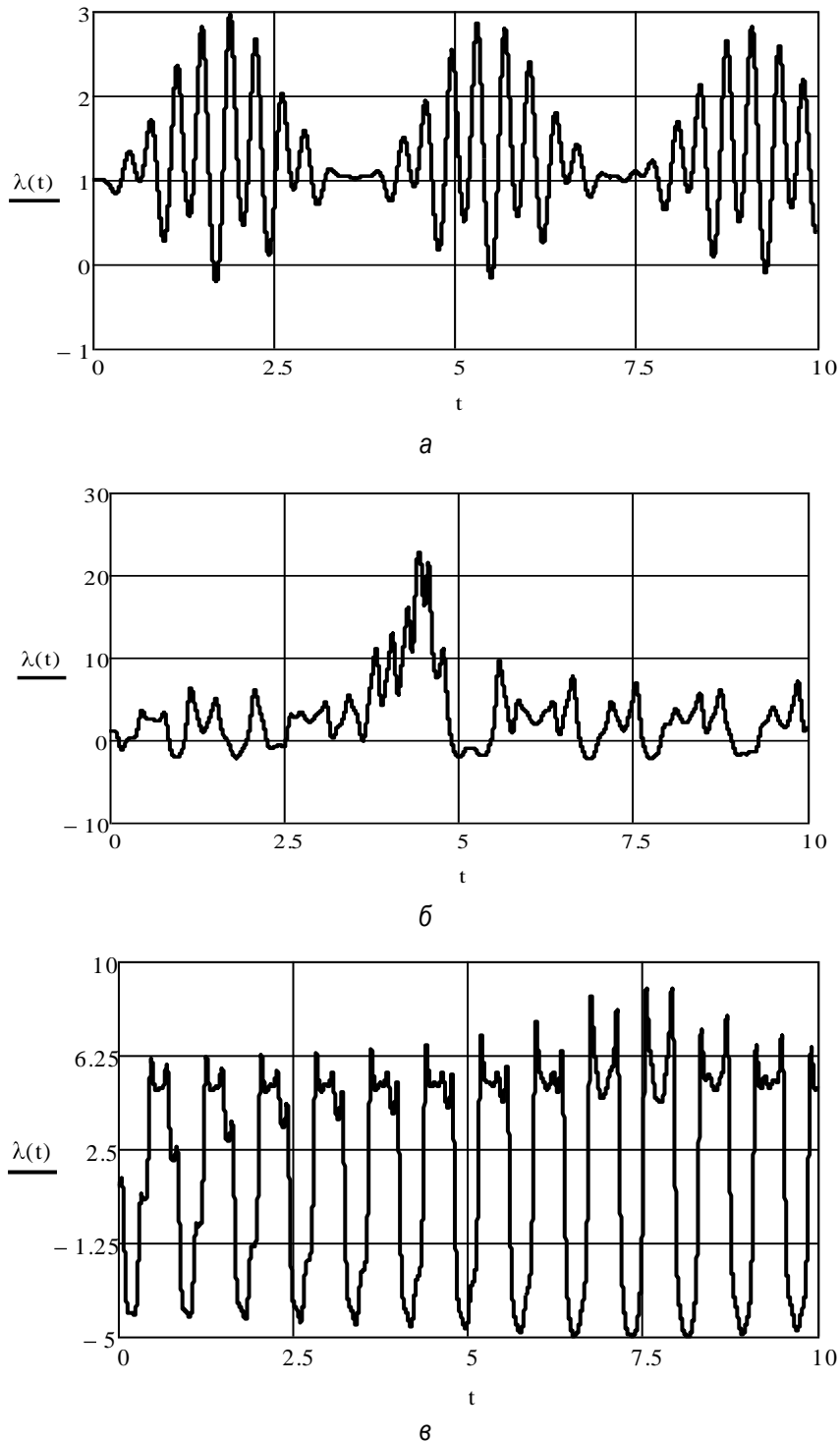


Рис. 5. Развивающиеся перегрузки λ в плодоножке плода при угловых частотах колебаний ω : а – 10 c^{-1} ; б – 27 c^{-1} ; в – 40 c^{-1}

Введенную ранее величину ω_0 следует трактовать как частоту собственных колебаний плода при минимальных размахах ($\psi_3 \rightarrow 0$). В противном случае констатируем зависимость частоты свободных колебаний ω^* от размахов ψ_3 , ψ_1 и фазы δ_1 .

Поскольку $\psi_3 \gg \psi_1$, то сомножитель в круглых скобках в последнем выражении больше нуля. Это позволяет утверждать, что «гребень» скелетной кривой амплитудно-частотной характеристики будет наклонен влево.

Приближенный расчет размахов колебаний возможен для случая малого сопротивления воздуха ($n \approx 0$):

$$\psi_1 = \frac{9K\omega^2}{|\omega_0^2 - 9\omega^2|}; \quad (15)$$

$$\psi_3 = \sqrt[3]{216K \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + 24(9 \frac{\omega^2}{\omega_0^2} - 1)\psi_1}. \quad (16)$$

Расчеты по этим формулам показывают, что при практически важных значениях $K = 0,1 - 0,2$ соотношение ψ_1/ψ_2 составляет (7,5-12,8)%, т.е. действительно субгармоническая составляющая доминирует.

Таким образом, констатируем, что субгармонический резонанс третьего рода в системе «ветвь – плод» качественно ничем не отличается от хорошо изученного нелинейного резонанса в «чистой» системе Дуффинга [7]. Все это также подтверждается численным решением основного уравнения (3).

Далее рассмотрим нагрузки, действующие на плодоножку во время колебаний ветви, к которой прикреплен данный плод.

Натяжение плодоножки N в общем случае определяют силы: часть силы тяжести $mg \cos \varphi$, центробежная сила инерции $-m\dot{\varphi}^2 l$, часть переносной силы инерции $-mA\omega^2 \sin \varphi$.

Таким образом, имеем

$$N = mg \cos \varphi + m\dot{\varphi}^2 l - mA\omega^2 \sin \varphi. \quad (17)$$

Разделим все члены уравнения на $G = mg$, получим

$$\lambda = \cos \varphi + \frac{\dot{\varphi}^2}{\omega_0^2} - \frac{A\omega^2}{g} \sin \varphi, \quad (18)$$

где величина $\lambda = N/G$ представляет собой кратность увеличения веса яблока при вибрационных перегрузках.

На рисунке 5 показано компьютерное моделирование сил, действующих на плодоножку. Видно, что нагружение плодоножки носит хотя и регулярный, но существенно негармонический и нестабильный процесс. Примечательно, что значения λ могут принимать отрицательные значения. Это означает, что плодоножка при вибрациях может не только растягиваться, но и сжиматься, следовательно, изгибаться и также разрушаться.

Наиболее интенсивные нагрузки плодоножка испытывает на режимах колебаний с $\omega = 27 \text{ с}^{-1}$ при субрезонансе 3-го рода. Кратковременное значение перегрузки λ может достигать 20 единиц и более. Это гарантирует высокие показатели эффективности при вибрационной уборке яблок.

Поэтому предварительно можно рекомендовать при уборке яблок и груш режим колебаний с угловой частотой чуть более $\omega = 3 \omega_0$. При этом в случае использования дебалансного вибровозбудителя после его запуска система «ветвь – плодоножка – плод» последовательно проходит через основной резонанс и резонанс 3-го рода. Вполне возможно, что для некоторых мелких плодов потребуется и воздействие резонанса 4-го рода.

Однако окончательные выводы и назначения режимов могут быть сделаны лишь после анализа процесса колебаний всего штамба фруктового дерева. Последнее представляет собой самостоятельную научную задачу.

Заключение

1. Нелинейная система «вибрирующая ветвь – плодоножка – плод» демонстрирует весьма сложное динамическое поведение, включающее ангармонические колебания, колебания – биения, вращательные режимы, а также колебания, имеющие стохастический вид.

2. Колебания, имеющие регулярный характер, представлены также нелинейным явлением –

субрезонансами, имеющими место на всей протяженности рабочих частот от ω_0 до $6\omega_0$. При этом плод как бы игнорирует вынуждающую частоту (частоту колебаний ветви), а вибрирует как при свободных колебаниях с частотой, близкой к частоте этих колебаний ω_0 . Наиболее сильным по размахам колебаний субрезонанс обнаруживается на частоте $\omega \approx 3\omega_0$, т. е. как резонанс третьего рода.

3. Поэтому наиболее интенсивные нагрузки плодоножка испытывает на режимах колебаний с $\omega \approx 3\omega_0$, т.е. частота вынуждающего воздействия должна не менее чем в 3 раза быть больше частоты собственных колебаний плода на плодоножке. Кратковременное значение перегрузки λ достигает при этом 20 единиц и более. Это гарантирует высокие показатели эффективности при вибрационной уборке яблок и других видов фруктов. Поэтому режим с вынуждающей частотой чуть более $\omega \approx 3\omega_0$ и рекомендуется в качестве рабочего для садовых вибрационных установок при уборке яблок и груш.

Библиографический список

1. Михайлова Н.В., Филимонова Е.Ю., Левин А.М. Изыскание способов механизированного сбора плодов облепихи и их переработки: монография. – Барнаул: РИО АГАУ, 2014. – 95 с.
2. Fu, Longsheng & Jun, Peng & Nan, Qiang & He, Dongjian & Yougang, Yang & Cui, Yongjie. (2016). Simulation of vibration harvesting mechanism for sea buckthorn. *Engineering in Agriculture, Environment and Food*. Vol. 9: 101-108.
3. Федоренко И.Я., Шестаев А.В., Щербачев С.С. Моделирование процесса вибрационного съема фруктов // Теория и практика современной аграрной науки: сб. Национ. (Всерос.) науч. конф. (г. Новосибирск, 26 февраля 2019 г.) / Новосиб. гос. аграр. ун-т. – Новосибирск: ИЦ «Золотой колос», 2019. – С. 254-257.
4. Бутиков Е.И. Необычное поведение маятника при синусоидальном внешнем воздействии //

Компьютерные инструменты в образовании. – 2008. – № 1. – С. 24-36.

5. Бутиков Е.И. О движениях маятника под действием периодического момента // Математическое моделирование. Оптимальное управление. Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. – 2011. – № 3 (2). – С. 83-86.
6. Варламов Г.П. Машины для уборки фруктов. – М.: Машиностроение, 1978. – 217 с.
7. Вульфсон И.И. Краткий курс теории механических колебаний / Библиотека ВНТР. – М.: ВНТР, 2017. – 241 с.

References

1. Mikhaylova N.V. Izyskanie sposobov mekhanizirovannogo sbora plodov oblepikhi i ikh pererabotki: monografiya / N.V. Mikhaylova, E.Yu. Filimonova, A.M. Levin. – Barnaul: RIO AGAU, 2014. – 95 s.
2. Fu, Longsheng & Jun, Peng & Nan, Qiang & He, Dongjian & Yougang, Yang & Cui, Yongjie. (2016). Simulation of vibration harvesting mechanism for sea buckthorn. *Engineering in Agriculture, Environment and Food*. Vol. 9: 101-108.
3. Fedorenko I.Ya. Modelirovanie protsessa vibratsionnogo sema fruktov / I.Ya., Fedorenko, A.V. Shestaev, S.S. Shcherbakov // Teoriya i praktika sovremennoy agrarnoy nauki: Sb. Natsionalnoy (Vserossiyskoy) nauchnoy konferentsii (g. Novosibirsk, 26 fevralya 2019 g.) / Novosib. gos. agrar. un-t. – Novosibirsk: ITs «Zolotoy kolos», 2019. – S. 254-257.
4. Butikov E.I. Neobychnoe povedenie mayatnika pri sinusoidalnom vneshnem vozdeystvii // Kompyuternye instrumenty v obrazovanii. – 2008. – No. 1. – S. 24-36.
5. Butikov E.I. O dvizheniyakh mayatnika pod deystviem periodicheskogo momenta / Matematicheskoe modelirovanie. Optimalnoe upravlenie. Vestnik Nizhegorodskogo universiteta im. N.I. Lobachevskogo. – 2011. – No. 3 (2). – S. 83-86
6. Varlamov G.P. Mashiny dlya uborki fruktov. – M.: Mashinostroenie, 1978. – 217 s.
7. Vulfson I.I. Kratkiy kurs teorii mekhanicheskikh kolebaniy. – Biblioteka VNTR. – M.: VNTR, 2017. – 241 s.

