

# ПРОЦЕССЫ И МАШИНЫ АГРОИНЖЕНЕРНЫХ СИСТЕМ

УДК 631.363.21

И.Я. Федоренко  
I.Ya. Fedorenko

## ДИНАМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА МОЛОТКОВОЙ ЗЕРНОДРОБИЛКИ С ВЕРТИКАЛЬНЫМ РАСПОЛОЖЕНИЕМ БАРАБАНА

### THE DYNAMIC PROPERTIES OF HAMMER GRAIN CRUSHER WITH VERTICAL DRUM POSITION

**Ключевые слова:** молотковая дробилка, кормовое зерно, барабан, молоток, физический маятник, устойчивость движения, статическая балансировка.

Молотковые дробилки с вертикальным расположением барабана получают все большее распространение. Они имеют пониженную виброактивность, излучают меньше шума, чем аналоги с горизонтальным расположением барабана. Однако в целом динамика дробилки с вертикальным барабаном исследована недостаточно. Поэтому в данной работе рассмотрены характерные режимы движения молотков с учетом действия технологической нагрузки. Работа каждого молотка была идеализирована в виде движений физического маятника, находящегося в поле центробежных сил. При этом учтены реальные силы и моменты, действующие в системе, а также технологические особенности дробилок с вертикальным расположением барабана. Центробежная сила играет для молотка роль возвращающей силы, а сопротивлением движению являются силы трения в шарнире молотка и продуктовым слое. Установлено, что угол отклонения молотка от радиального направления тем больше, чем значительнее сопротивление слоя и меньше центробежная сила. Взаимодействие этих сил и моментов приводит к появлению нового (динамического) равновесия молотка. Показано, что это положение молотка устойчиво. Установлено положительное свойство дробилок с вертикальным валом – равномерная по окружности барабана загрузка каждого ряда молотков. Поэтому

молотки в каждом ряду отклоняются на один и тот же угол от радиального направления. Это гарантирует сохранение статической балансировки барабана во время технологического процесса.

**Keywords:** hammer grain crusher, feed grain, drum, hammer, physical pendulum, stability of movement, static balancing.

Hammer crushers with vertical drum position become more common. In general, however, the dynamics of the vertical drum crusher are not sufficiently studied. Therefore, this paper considers the characteristic modes of grinder motion taking into account the action of the technological load. The operation of each hammer was idealized in the form of movements of the physical pendulum which was located in the field of centrifugal forces. Centrifugal force plays the role of a returning force for the hammer, and the resistance to movement is made by the forces of friction in the hammer hinge and the feed layer. The interaction of these forces and moments leads to the appearance of a new (dynamic) balance of the hammer. It is shown that this position of the hammer is stable. A positive property of crushers with a vertical shaft is determined - even in the circumference of the drum loading of each row of hammers. Therefore, the hammers in each row deviate to the same angle from the radial direction. This ensures that the rotor static balancing during the process is maintained.

**Федоренко Иван Ярославович**, д.т.н., профессор, ФГБОУ ВО Алтайский ГАУ, г. Барнаул, Российская Федерация, e-mail: ijfedorenko@mail.ru.

**Fedorenko Ivan Yaroslavovich**, Dr. Tech. Sci., Prof., Altai State Agricultural University, Barnaul, Russian Federation, e-mail: ijfedorenko@mail.ru.

### Введение

Молотковые дробилки с вертикальным расположением ротора получают все большее распространение. Они имеют пониженную виброактивность, излучают меньше шума, чем аналоги с горизонтальным расположением ротора [1]. Объяснение этому следует искать в равномерном нагружении молотков каждого ряда и самобалансировке вертикального барабана, при этом роль автобалансиров играют сами рабочие органы – шарнирно подвешенные молотки [2].

Однако в целом динамика дробилки с вертикальным барабаном исследована недостаточно. В частности, не названы физические причины, да и не установлена сама возможность возникновения дополнительных колебаний молотка около положения динамического равновесия. Требуется прояснения вопрос об устойчивости положения молотка при динамическом равновесии. Между тем динамический режим определяет во многом надежность деталей и узлов дробилки, энергоемкость и качественные показатели процесса дробления.

**Цель работы** – выявить характерные динамические режимы движения молотков с учетом действия технологической нагрузки.

### Объект исследования

Рассмотрим динамику системы «молоток-барабан» на примере движений одного молотка (рис. 1). Барабан дробилки, поскольку он обладает большой инерционностью, будем считать равномерно вращающимся с угловой скоростью  $\omega$ . К точке  $O_1$  одного из дисков барабана шарнирно прикреплен молоток, имеющий форму плоского прямоугольного параллелепипеда. Центр тяжести молотка  $C$  располагается на расстоянии  $r$  от точки  $O_1$  подвеса молотка. Расстояние  $OO_1$  обозначим через  $R$ .

Будем рассматривать молоток как физический маятник, находящийся в поле центробежных сил. Такая идеализация естественна и

принята в работах [3, 4]. Приведенное здесь изложение дополнено учётом реальных сил и моментов, действующих в системе, а также учитывает технологические особенности дробилок с вертикальным расположением барабана.

Молоток участвует одновременно в двух движениях: переносном вместе с барабаном и относительном – при вращении вокруг центра  $O_1$ . Рассмотрим относительное движение.

Пусть молоток, в связи с какой-либо причиной, отклонился от своего радиального направления на угол  $\varphi$  (рис. 1). Центр тяжести молотка тогда оказывается на расстоянии  $L$  от центра  $O$  вращения барабана. В образовавшемся треугольнике  $OO_1C$  соответствующие углы обозначим через  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$ .

При анализе относительного движения молотка нужно учесть переносную и кориолисову силы инерции. Переносная сила инерции  $P$  направлена вдоль прямой  $OC$ . Ее вектор направлен от центра вращения  $O$  к периферии, поэтому эту силу еще называют центробежной.

Считая, что вся масса молотка  $m$  сосредоточена в точке  $C$  – центре тяжести молотка, будем иметь

$$P = m\omega^2 L. \quad (1)$$

Расстояние  $L$  находим, привлекая теорему синусов к треугольнику  $OO_1C$

$$\frac{L}{\sin \beta} = \frac{R}{\sin \gamma},$$

откуда

$$L = \frac{R \sin \beta}{\sin \gamma}. \quad (2)$$

Кроме того, по теореме косинусов имеем

$$\begin{aligned} L &= \sqrt{R^2 + r^2 - 2Rr \cos \beta} = \\ &= \sqrt{R^2 + r^2 - 2Rr \cos(180 - \varphi)} = \\ &= \sqrt{R^2 + r^2 + 2Rr \cos \varphi}. \end{aligned}$$

С учетом последнего выражения формула для подсчета центробежной силы примет вид

$$P = m\omega^2 \sqrt{R^2 + r^2 + 2Rr \cos \varphi}. \quad (3)$$

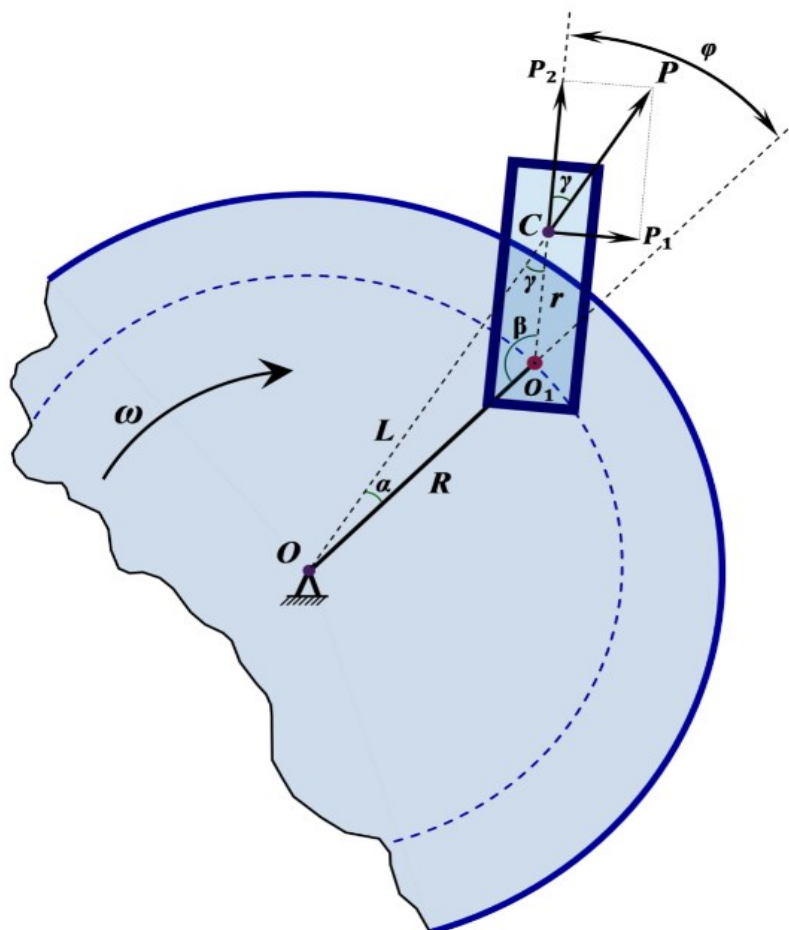


Рис. 1. Молоток как физический маятник в поле центробежных сил

Как видно, на отрезке изменения угла  $\varphi = [0, 2\pi]$  увеличение отклонения молотка от радиального направления приводит к уменьшению центробежной силы, приложенной к этому рабочему органу.

Момент для возвращения молотка к радиальному направлению создает составляющая переносной силы инерции  $P_1$ , равная

$$P_1 = P \cos(90 - \gamma) = P \sin \gamma. \quad (4)$$

Соответствующий момент относительно точки  $O_1$  от этой составляющей силы составит

$$M_{\varphi} = P_1 r = P \sin \gamma \cdot r. \quad (5)$$

Подставляя сюда выражение (1), с учетом (2), будем иметь

$$M_{\varphi} = M \omega^2 r \frac{R \sin \beta}{\sin \gamma} \cdot \sin \gamma,$$

$$M_{\varphi} = M \omega^2 R r \sin \beta.$$

или

Учтем также, что (рис. 1)

$$\sin \beta = \sin(180 - \varphi) = \sin \varphi.$$

Тогда окончательно получим

$$M_{\varphi} = m \omega^2 R r \sin \varphi. \quad (6)$$

Кориолисова сила инерции молотка действует вдоль линии  $OO_1$  и не создает момента относительно точки  $O_1$ .

### Методика и результаты исследования

Рассмотрим особенности колебаний молотка. Кроме момента центробежной силы учтем следующие механические моменты:

- 1)  $M_{\omega} = k \dot{\varphi}$  – момент сопротивления в шарнире подвеса молотка (принят пропорциональным угловой скорости  $\dot{\varphi}$ );
- 2)  $M = M(b\omega - \dot{\varphi})$  – момент сопротивления продуктового слоя, зависящий от относительной скорости молотка.

В последнем случае предполагается, что в стационарном режиме продуктовый слой в камере дробления тоже вращается, хотя и отстаёт от скорости вращения барабана дробилки

( $b < 1$  – коэффициент, учитывающий это отставание).

Анализ трудов академика В.П. Горячкина по теории молотильного аппарата [5], которая в общих чертах справедлива и для барабанов дробильных машин [3], показывает, что момент технологического сопротивления вращению барабана можно представить в виде формулы

$$\bar{M}(\omega) = \bar{C}\omega + \bar{D}\omega^2, \quad (7)$$

где  $\bar{C}, \bar{D}$  – эмпирические коэффициенты.

Первое слагаемое в правой части обусловлено перетиранием массы, второе – сопротивлением воздуха.

В нашей работе [6] окружное усилие на барабане дробилки было представлено в виде трёх составляющих, обусловленных:

а) трением и истиранием продуктового слоя о деку и решето;

б) ударами молотков по зерновкам и их фрагментам;

в) аэродинамическим сопротивлением.

Результирующий момент на барабане дробилки, как результат сложения этих составляющих, подтвердил возможность применения формулы В.П. Горячкина (7) к описанию работы барабана дробилки.

Для отдельного молотка указанный момент (7) может быть записан в виде

$$M(b\omega, \dot{\varphi}) = C(b\omega - \dot{\varphi}) + D(b\omega - \dot{\varphi})^2. \quad (8)$$

Примерный вид этой характеристики момента трения представлен на рисунке 2 (кривая 1).

Составим теперь дифференциальное уравнение относительных колебаний молотка вокруг оси  $O_1$  его шарнирного подвеса

$$J\ddot{\varphi} + k\dot{\varphi} + m\omega^2 Rr \sin \varphi = C(b\omega - \dot{\varphi}) + D(b\omega - \dot{\varphi})^2, \quad (9)$$

где  $J$  – момент инерции молотка относительно оси  $O_1$ .

Введем обозначения

$$2n = \frac{k}{J}; \quad \omega_0 = \omega \sqrt{\frac{mRr}{J}}; \quad q_1 = \frac{C}{J}; \quad q_2 = \frac{D}{J}. \quad (10)$$

С учетом этого уравнение колебаний принимает вид

$$\ddot{\varphi} + 2n\dot{\varphi} + \omega_0^2 \sin \varphi = q_1(b\omega - \dot{\varphi}) + q_2(b\omega - \dot{\varphi})^2. \quad (11)$$

Это и есть математическая модель относительных колебаний молотка.

Центробежная сила выступает здесь в качестве возвращающей силы, а сопротивлением движению являются силы трения в шарнире молотка и продуктовом слое.

Представим уравнение (11) в виде 2 дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\dot{\varphi} = \psi;$$

$$\dot{\psi} = q_1(b\omega - \psi) + q_2(b\omega - \psi)^2 - 2n\psi - \omega_0^2 \sin \varphi. \quad (12)$$

Состояние равновесия молотка определится из условия, что  $\dot{\psi} = 0; \dot{\varphi} = 0$ :

$$\begin{cases} 0 = \psi; \\ 0 = q_1(b\omega) + q_1(b\omega)^2 - \omega_0^2 \cdot \sin \varphi_0, \end{cases}$$

где  $\varphi_0$  – угол динамического равновесия молотка.

Из последнего выражения имеем:

$$\omega_0^2 \sin \varphi_0 = q_1(b\omega) + q_2(b\omega)^2; \quad (13)$$

$$\varphi_0 = \arcsin \frac{1}{\omega_0^2} [q_1(b\omega) + q_2(b\omega)^2]. \quad (14)$$

Таким образом, угол отклонения молотка от радиального направления тем больше, чем значительнее сопротивление слоя и меньше центробежная сила. Взаимодействие этих сил и моментов и приводит к появлению нового (динамического) равновесия молотка.

Проверим далее устойчивость этого динамического положения молотка. Для этого линеаризуем уравнение (11) в окрестности точки  $\varphi_0$ , для чего вводим новую координату

$$\xi = \varphi - \varphi_0. \quad (15)$$

Отсюда имеем

$$\varphi = \varphi_0 + \xi; \quad \dot{\varphi} = \dot{\xi}; \quad \ddot{\varphi} = \ddot{\xi}. \quad (16)$$

Подставим эти величины в (11):

$$\begin{aligned} \ddot{\xi} + 2n\dot{\xi} + \omega_0^2 \sin(\varphi_0 + \xi) = \\ = q_1(b\omega - \dot{\xi}) + q_2(b\omega - \dot{\xi})^2. \end{aligned} \quad (17)$$

Поскольку мы считаем, что отклонения  $\xi$  малы, то  $\cos \xi \approx 1, \sin \xi \approx \xi$ .

С учетом этого и использования формулы тригонометрии для синуса суммы двух углов будем иметь

$$\sin(\varphi_0 + \xi) = \sin \varphi_0 + \cos \varphi_0 \cdot \xi. \quad (18)$$

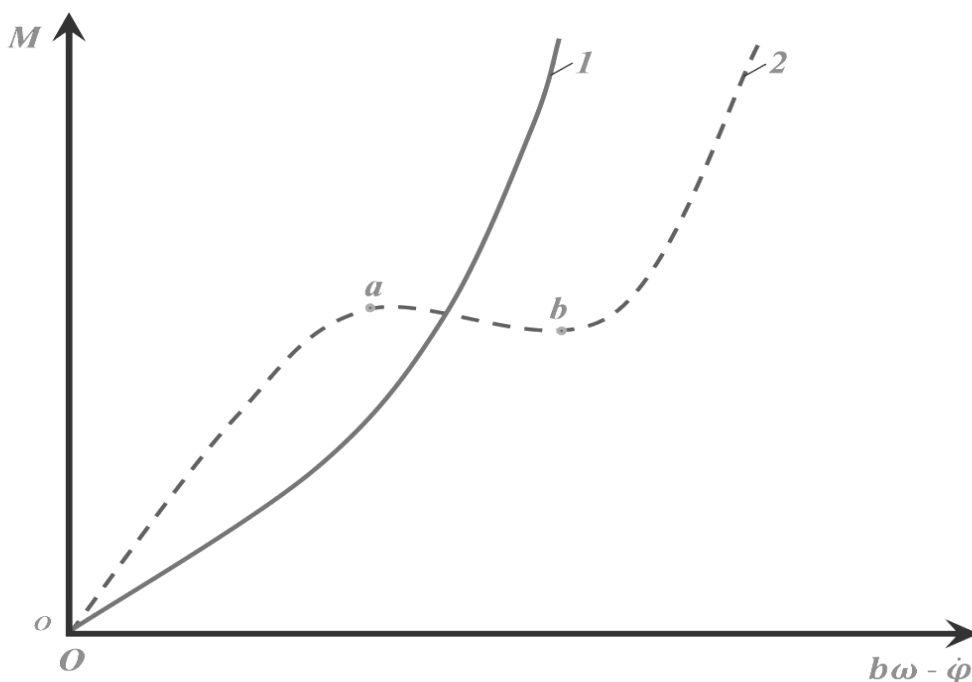


Рис. 2. Примерный вид сопротивления движению молотка:  
1 – по В.П. Горячкину; 2 – гипотетическая зависимость, необходимая для возбуждения автоколебаний молотка

Кроме того, раскроем квадрат разности в выражении  $q_2(b\omega - \xi)^2$ :

$$(b\omega - \xi)^2 = (b\omega)^2 - 2b\omega\xi - \xi^2.$$

Поскольку колебания малы, то пренебрежем квадратичным членом  $\xi^2$ . При этом получим

$$(b\omega - \xi)^2 = (b\omega)^2 - 2b\omega\xi \quad (19)$$

Подставляя выражения (18) и (19) в исходное уравнение (17), будем иметь

$$\begin{aligned} \ddot{\xi} + 2n\dot{\xi} + \omega_0 \sin \varphi_0 + \omega_0^2 \cos \varphi_0 - \xi = \\ = q_1(s\omega) - q_1\dot{\xi} + q_2(s\xi\omega)^2 - 2q_2s\omega\xi. \end{aligned}$$

Последнее выражение можно упростить, если учесть соотношение (13):

$$\begin{aligned} \ddot{\xi} + 2n\dot{\xi} + \omega_0 \sin \varphi_0 + \omega_0^2 \cos \varphi_0 - \xi = \\ = q_1(s\omega) - q_1\dot{\xi} + q_2(s\xi\omega)^2 - 2q_2s\omega\xi. \end{aligned}$$

Приводя подобные члены, получим

$$\ddot{\xi} + (2n + q_1 + 2q_2s\omega)\dot{\xi} + \omega_0^2 \cos \varphi_0 - \xi = 0. \quad (20)$$

Полученное выражение является известным уравнением затухающих колебаний линейного осциллятора. О затухании можно утверждать потому, что постоянный член перед  $\xi$  имеет по-

ложительный знак, т.е.  $2n + q_1 + 2q_2s\omega > 0$ . Следовательно, если молоток по каким-либо причинам отклонился от своего динамического равновесного состояния, то с течением некоторого промежутка времени он неизбежно в него возвращается.

Таким образом, положение динамического равновесия молотка с углом  $\varphi_0$  устойчиво.

Положительные свойства дробилок с вертикальным валом – равномерная по окружности барабана загрузка каждого ряда молотков. Поэтому молотки в каждом ряду отклоняются от радиального направления на один и тот же угол. Это гарантирует сохранение статической балансировки ротора во время технологического процесса.

У дробилок же с горизонтальным расположением барабана происходит постоянная его разбалансировка за счет ударов молотков по свежему потоку зерна и большему отклонению молотков в зоне прохождения около загрузочного устройства. Из-за этого меняется еще и

момент инерции барабана и, соответственно, его неравномерность вращения [7].

В литературе можно иногда встретить суждения о появлении параметрических колебаний или автоколебаний молотков зерновой дробилки.

Для дробилок с вертикальным расположением барабана для появления параметрических колебаний нет физических причин – сила тяжести молотка не входит в уравнение колебаний.

Что же касается автоколебаний молотков, то они могут возникнуть при характеристике сопротивления, имеющей ниспадающий участок (рис. 2, кривая 2). На этом рисунке ниспадающий участок обозначен отрезком кривой  $a - в$ , в зоне которого должна находиться рабочая зона молотка по скорости  $\omega$ .

При такой характеристике сопротивления молоток дробилки можно было бы интерпретировать как маятник Фроуда, помещенный в поле центробежных сил. Известно, что маятник Фроуда является одним из эталонов автоколебаний. Однако имеющиеся данные по технологическим сопротивлениям в дробилке не дают оснований для прогнозирования появления автоколебаний молотков.

Выше было изложено детерминированное математическое моделирование движений молотка дробилки.

Очевидно, что существуют небольшие случайные колебания молотков около положения своего динамического равновесия. Объясняется это неравномерностью подачи исходного материала и нестабильностью его физико-механических свойств. Колебания молотков вызывают изменение момента инерции барабана, и тоже случайным образом. Изменение момента инерции барабана приводит, в свою очередь, к неравномерности вращения барабана. При описании этих явлений должна быть учтена характеристика приводного двигателя.

Такое уточненное исследование может быть проведено на основе уравнения движения всей вращающейся системы дробилки

$$\frac{d}{dt} \left( I \frac{\dot{\theta}^2}{2} \right) = M_d(\dot{\theta}) + M_d(\theta, \dot{\theta}, t), \quad (21)$$

где  $\theta$  – угол поворота барабана дробилки;

$I$  – приведенный момент инерции системы «ротор электродвигателя – барабан дробилки»;

$M_d$  – движущий момент, создаваемый электродвигателем;

$M_c$  – суммарный момент сопротивления вращению барабана, включая сопротивление в его подшипниках, являющийся случайной функцией времени.

При таком анализе потребуются корреляционные характеристики входного потока исходного сырья.

Движение, описываемое уравнение (21), можно считать квазистационарным, поскольку угловая скорость барабана колеблется около среднего значения  $\omega$ , причем наибольшие отклонения малы в сравнении с этим средним значением, т. е.

$$\dot{\theta} = \tilde{\omega}(t) = \omega + \psi(t); \\ |\psi(t)|_{max} \ll \omega.$$

Влияние случайности на динамику дробилки требует отдельного систематического исследования.

## Выводы

1. Констатировано, что динамика дробилки с вертикальным барабаном исследована недостаточно. Между тем динамический режим определяет во многом надежность деталей и узлов дробилки, энергоемкость и качественные показатели процесса дробления.

2. Рабочий орган дробилки – молоток – идеализирован в виде физического маятника, находящегося в поле центробежных сил. Математическая модель дополнена учётом реальных сил и моментов, действующих в системе, а также учитывает технологические особенности дробилок с вертикальным расположением барабана.

3. Установлено, что угол отклонения молотка от радиального направления тем больше, чем значительнее сопротивление слоя и меньше центробежная сила. Взаимодействие этих сил и моментов приводит к появлению нового (динамического) равновесия молотка. Показано, что это положение молотка, с некоторым углом отклонения от радиального направления, устойчиво.

4. Положительное свойство дробилок с вертикальным валом – равномерная по окружности барабана загрузка каждого ряда молотков. Поэтому молотки в каждом ряду отклоняются от радиального направления на один и тот же угол. Это гарантирует сохранение статической балансировки ротора во время технологического процесса.

#### Библиографический список

1. Федоренко, И. Я. Технологические процессы и оборудование для приготовления кормов / И. Я. Федоренко. – Москва: Форум, 2011. – 176 с. – Текст: непосредственный.
2. Федоренко, И. Я. Динамика молотковой дробилки с вертикальной осью вращения ротора / И. Я. Федоренко, В. В. Мозговых. – Текст: непосредственный // Вестник Алтайского государственного аграрного университета. – 2009. – № 11 (61). – С. 69-75.
3. Мельников, С. В. Механизация и автоматизация животноводческих ферм / С. В. Мельников. – Ленинград: Колос, 1978. – 560 с. – Текст: непосредственный.
4. Кормодробилки: конструкция, расчет / под редакцией Г. С. Ялпачик. – Запорожье: Коммунар, 1992. – 292 с. – Текст: непосредственный.
5. Горячкин, В. П. Теория барабана / В. П. Горячкин. – Текст: непосредственный // Собрание сочинений. – Москва: Колос, 1965. – Т. 3. – С. 155-173. – Текст: непосредственный.

6. Федоренко, И. Я. Влияние параметров ротора молотковой дробилки на энергетику процесса измельчения / И. Я. Федоренко. – Текст: непосредственный // Вестник Алтайского государственного аграрного университета. – 2018. – № 5 (163). – С. 178-183.

7. Sysuev, V., Savinyh, P., Aleshkin, A., Ivanovs, S. (2017). Investigation of oscillations of hammer rotor of grain crusher. 10.22616/ERDev2017.16.N269.

#### References

1. Fedorenko I.Ya. Tekhnologicheskie protsessy i oborudovanie dlya prigotovleniya kormov. – Moskva: Forum, 2011. – 176 s.
2. Fedorenko I.Ya. Dinamika molotkovoy drobilki s vertikalnoy osyu vrashcheniya rotora / I.Ya. Fedorenko, V.V. Mozgovykh // Vestnik Altayskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta. – 2009. – No. 11 (61). – S. 69-75.
3. Melnikov, S.V. Mekhanizatsiya i avtomatizatsiya zhivotnovodcheskikh ferm / S.V. Melnikov. – Leningrad: Kolos, 1978. – 560 s.
4. Kormodrobilki: konstruktsiya, raschet / pod red. G.S. Yalpachik. – Zaporozhe: Kommunar, 1992. – 292 s.
5. Goryachkin V.P. Teoriya barabana // Sobranie sochineniy. – Moskva: Kolos, 1965. – T. 3. – S. 155-173.
6. Fedorenko I.Ya. Vliyanie parametrov rotora molotkovoy drobilki na energetiku protsessa izmelcheniya / I.Ya. Fedorenko // Vestnik Altayskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta. – 2018. – No. 5 (163). – S. 178-183.
7. Sysuev, V., Savinyh, P., Aleshkin, A., Ivanovs, S. (2017). Investigation of oscillations of hammer rotor of grain crusher. 10.22616/ERDev2017.16.N269.

