

## ГАРМОНИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ТОКА ЧЕРЕЗ СТЕНКУ СТЕБЛЯ РАСТИТЕЛЬНЫХ МАТЕРИАЛОВ

## HARMONIC ANALYSIS OF THE CURRENT THROUGH THE STEM WALL OF PLANT MATERIALS

**Ключевые слова:** растительные материалы, электротехнологические процессы, электрический ток, гармонический ряд Фурье.

Ряд электротехнологических процессов основывается на взаимодействии материала растительного происхождения и электрического тока различной плотности и вида осциллограммы. Электротехнологические процессы являются эффективными в том случае, если удастся сократить неэффективные затраты электрической энергии на нагрев обрабатываемого материала и усилить его технологическое действие. При этом материалы, в частности стеблевая часть растения, являющиеся объектом обработки, обладают несимметричной относительно начала координат вольт-амперной характеристикой. Этот факт объясняется наличием гетерогенной структуры продольного разреза растительной мембраны стебля и является причиной возникновения периодических несинусоидальных токов, знание гармонического состава которых представляет собой важную научно-практическую задачу, решение которой направлено на снижение неэффективных энергозатрат на нагрев обрабатываемого материала. В случае использования синусоидального напряжения полный ток состоит из суммы прямой и обратной составляющих и может быть представлен рядом Фурье. Целью является представление полного тока через стенку стебля в виде гармонического ряда Фурье. Установлена зависимость прямой, обратной составляющих и полного тока в целом от параметров элементов схемы замещения стенки стебля, от частоты напряжения и напряженности электрического поля и могут быть представлены постоянной составляющей, первой и второй гармониками. Однако на результат обработки растительных материалов электрическим током, не связанным с нагревом, оказывает лишь технологическая его состав-

ляющая. Вместе с тем на практике управлять имеется возможность только общим током.

**Keywords:** plant materials, electrotechnology processes, electric current, Fourier series.

A number of electrotechnological processes are based on the interaction of plant material and electric current of different densities and oscillogram types. Electrotechnological processes are effective if it is possible to reduce inefficient expenditures of electrical energy for heating of the treated material and to enhance its technological effect. At the same time, the materials, in particular the stem part of the plant, which are the object of processing, have a volt-ampere characteristic asymmetric with respect to the origin of coordinates. This fact is explained by the presence of heterogeneous structure of the longitudinal section of the plant stem membrane and is the reason for the emergence of periodic non-sinusoidal currents, the knowledge of their harmonic composition is an important scientific and practical problem which solution is aimed at reducing inefficient energy consumption for heating of the treated material. When a sinusoidal voltage is used, the total current consists of the sum of the forward and reverse components and may be represented by Fourier series. The goal is to represent the total current through the stem wall as a harmonic Fourier series. The dependence of direct, reverse components and total current as a whole on the parameters of the elements of the substitution scheme of the stem wall, on the frequency of voltage and electric field strength has been determined and can be represented by the constant component, first and second harmonics. However, the result of treatment of plant materials by electric current not related to heating is affected only by its technological component. At the same time, in practice it is possible to control the total current only.

**Багаев Андрей Алексеевич**, д.т.н., профессор, ФГБОУ ВО Алтайский ГАУ, г. Барнаул, Российская Федерация, e-mail: Bagaev710@mail.ru.

**Bagaev Andrey Alekseevich**, Dr. Tech. Sci., Prof., Altai State Agricultural University, Barnaul, Russian Federation, e-mail: Bagaev710@mail.ru.

### Введение

Ряд электротехнологических процессов основывается на взаимодействии материала растительного происхождения и электрического тока различной плотности и вида осциллограммы [1-4]. Электротехнологические процессы являются эффективными в том случае, если удастся сократить неэффективные затраты электриче-

ской энергии на нагрев обрабатываемого материала и усилить его технологическое действие.

При этом материалы, в частности стеблевая часть растения, являющиеся объектом обработки, обладают несимметричной относительно начала координат вольт-амперной характеристикой. Этот факт объясняется наличием гетерогенной структуры продольного разреза растительной мембраны стебля и является причиной

возникновения периодических несинусоидальных токов, знание гармонического состава которых представляет собой важную научно-практическую задачу, решение которой направлено на снижение неэффективных энергозатрат на нагрев обрабатываемого материала. В случае использования синусоидального напряжения полный ток состоит из суммы прямой и обратной составляющих и может быть представлен рядом Фурье.

**Целью** является представление полного тока через стенку стебля в виде гармонического ряда Фурье.

В работе [5] отмечается, что функция прямого (в направлении от паренхимы к эпидермису) тока имеет полупериод, равный  $(0, \pi)$ , и определена только в этом диапазоне. Функция обратного тока определена в диапазоне  $(\pi, 2\pi)$ , соот-

Разложение по косинусам:  
постоянная составляющая

$$a_0 = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} \left( \frac{E_0}{R_{N2}} + (E_m/R_{N2})\sin\omega t + \omega C_{C9}E_m\cos\omega t \right) d\omega t = \frac{4}{\pi} \frac{E_0}{R_{N2}};$$

амплитуда первой гармоники

$$a_1 = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} \left( \frac{E_0}{R_{N2}} + (E_m/R_{N2})\sin\omega t + \omega C_{C9}E_m\cos\omega t \right) \cos\omega t d\omega t = \omega C_{C9}E_m;$$

амплитуда второй гармоники

$$a_2 = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} \left( \frac{E_0}{R_{N2}} + (E_m/R_{N2})\sin\omega t + \omega C_{C9}E_m\cos\omega t \right) \cos 2\omega t d\omega t = -\frac{4}{3\pi} \frac{E_0}{R_{N2}}.$$

Разложение по синусам:

амплитуда первой гармоники

$$b_1 = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} \left( \frac{E_0}{R_{N2}} + (E_m/R_{N2})\sin\omega t + \omega C_{C9}E_m\cos\omega t \right) \sin\omega t d\omega t = \frac{4}{\pi} \frac{E_0}{R_{N2}} + \frac{E_m}{R_{N2}};$$

амплитуда второй гармоники

$$b_2 = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} \left( \frac{E_0}{R_{N2}} + (E_m/R_{N2})\sin\omega t + \omega C_{C9}E_m\cos\omega t \right) \sin 2\omega t d\omega t = \frac{8}{3\pi} \omega C_{C9}E_m.$$

Таким образом, «прямой» ток описывается следующим рядом Фурье:

$$i'(\omega t) = \frac{2}{\pi} \frac{E_0}{R_{N2}} + \omega C_{C9}E_m\cos\omega t - \frac{4}{3\pi} \frac{E_0}{R_{N2}}\cos 2\omega t + \left( \frac{4}{\pi} \frac{E_0}{R_{N2}} + \frac{E_m}{R_{N2}} \right) \sin\omega t + \frac{8}{3\pi} \omega C_{C9}E_m\sin 2\omega t. \quad (1)$$

После преобразований

$$i'(\omega t) = \sqrt{\left( \omega C_{C9}E_m \right)^2 + \left( \frac{4}{\pi} \frac{E_0}{R_{N2}} + \frac{E_m}{R_{N2}} \right)^2} \sin(\omega t + \varphi_1) + \frac{2}{\pi} \frac{E_0}{R_{N2}} + \sqrt{\left( -\frac{4}{3\pi} \frac{E_0}{R_{N2}} \right)^2 + \left( \frac{8}{3\pi} \omega C_{C9}E_m \right)^2} \sin(2\omega t + \varphi_2),$$

где  $\varphi_1 = \arctg \frac{\omega C_{C9}E_m}{\left( \frac{4}{\pi} \frac{E_0}{R_{N2}} + \frac{E_m}{R_{N2}} \right)}$ ;  $\varphi_2 = \arctg \left( -\frac{E_0}{2\omega C_{C9}R_{N2}E_m} \right)$ .

ветствующем второму полупериоду тока промышленной частоты.

В связи с этим разложим «прямой» ток  $i' = (E_m/R_{N2})\sin\omega t + E_0/R_{N2} + \omega C_{C9}E_m\cos\omega t$  в ряд Фурье на интервале  $(0, \pi)$ . Методика разложения в ряд Фурье изложена в [6], алгоритм промежуточных преобразований – в [7].

В дальнейшем приняты следующие обозначения:  $E_m$  – амплитудное значение синусоидального напряжения;  $E_0$  – разность электрических потенциалов между внешней и внутренней поверхностями стенки стебля;  $R_{N2}$  и  $R_{F2}$  – активные сопротивления преобразованной схемы замещения в прямом и обратном направлениях;  $C_{C9}$  и  $C_{K9}$  – емкости преобразованной схемы замещения в прямом и обратном направлениях;  $\omega$  – угловая частота напряжения и тока.

Действующее значение «прямого» тока

$$I' = \left[ \left( \frac{2 E_0}{\pi R_{N2}} \right)^2 + \frac{\left( (\omega C_{K9} E_m)^2 + \left( \frac{4 E_0}{\pi R_{N2}} + \frac{E_m}{R_{N2}} \right)^2 \right)}{2} + \frac{\left( \left( \frac{8}{3\pi} \omega C_{K9} E_m \right)^2 + \left( \frac{4 E_0}{3\pi R_{N2}} \right)^2 \right)}{2} \right]^{1/2}.$$

Аналогично производится разложение «обратного» тока:

постоянная составляющая

$$a_0 = \frac{2}{\pi} \int_{\pi}^{2\pi} \left( \frac{E_0}{R_{F2}} + (E_m/R_{F2}) \sin \omega t + \omega C_{K9} E_m \cos \omega t \right) d \omega t = -\frac{4 E_0}{\pi R_{F2}};$$

амплитуда первой гармоники

$$a_1 = \frac{2}{\pi} \int_{\pi}^{2\pi} \left( \frac{E_0}{R_{F2}} + (E_m/R_{F2}) \sin \omega t + \omega C_{K9} E_m \cos \omega t \right) \cos \omega t d \omega t = \omega C_{K9} E_m;$$

амплитуда второй гармоники

$$a_2 = \frac{2}{\pi} \int_{\pi}^{2\pi} \left( \frac{E_0}{R_{F2}} + (E_m/R_{F2}) \sin \omega t + \omega C_{K9} E_m \cos \omega t \right) \cos 2 \omega t d \omega t = \frac{4 E_0}{3\pi R_{F2}}.$$

Разложение по синусам:

амплитуда первой гармоники

$$b_1 = \frac{2}{\pi} \int_{\pi}^{2\pi} \left( \frac{E_0}{R_{F2}} + (E_m/R_{F2}) \sin \omega t + \omega C_{K9} E_m \cos \omega t \right) \sin \omega t d \omega t = -\frac{4 E_0}{\pi R_{F2}} + \frac{E_m}{R_{F2}};$$

амплитуда второй гармоники

$$b_2 = \frac{2}{\pi} \int_{\pi}^{2\pi} \left( \frac{E_0}{R_{F2}} + (E_m/R_{F2}) \sin \omega t + \omega C_{K9} E_m \cos \omega t \right) \sin 2 \omega t d \omega t = -\frac{8}{3\pi} \omega C_{K9} E_m.$$

Таким образом, «прямой» ток описывается следующим рядом Фурье:

$$i''(\omega t) = -\frac{2 E_0}{\pi R_{F2}} + \omega C_{K9} E_m \cos \omega t + \frac{4 E_0}{3\pi R_{F2}} \cos 2 \omega t + \left( -\frac{4 E_0}{\pi R_{F2}} + \frac{E_m}{R_{F2}} \right) \sin \omega t - \frac{8}{3\pi} \omega C_{K9} E_m \sin 2 \omega t. \quad (2)$$

После преобразований

$$i''(\omega t) = \sqrt{\left( \omega C_{K9} E_m \right)^2 + \left( -\frac{4 E_0}{\pi R_{F2}} + \frac{E_m}{R_{F2}} \right)^2} \sin(\omega t + \psi_1) - \frac{2 E_0}{\pi R_{F2}} + \sqrt{\left( \frac{4 E_0}{3\pi R_{F2}} \right)^2 + \left( -\frac{8}{3\pi} \omega C_{K9} E_m \right)^2} \sin(2 \omega t + \psi_2),$$

где  $\psi_1 = \arctg \left( \frac{\omega C_{K9} E_m}{-\frac{4 E_0}{\pi R_{F2}} + \frac{E_m}{R_{F2}}} \right);$

$$\psi_2 = \arctg \left( \frac{(4 E_0)/(3 R_{F2})}{-\frac{8}{3\pi} \omega C_{K9} E_m} \right).$$

Действующее значение «обратного» тока

$$I'' = \left[ \left( -\frac{2 E_0}{\pi R_{F2}} \right)^2 + \frac{\left( (\omega C_{K9} E_m)^2 + \left( -\frac{4 E_0}{\pi R_{N2}} + \frac{E_m}{R_{F2}} \right)^2 \right)}{2} + \frac{\left( \left( -\frac{8}{3\pi} \omega C_{K9} E_m \right)^2 + \left( \frac{4 E_0}{3\pi R_{F2}} \right)^2 \right)}{2} \right]^{1/2}.$$

Ряд Фурье, описывающий мгновенное значение тока через стенку стебля, представляет собой сумму токов, описываемых гармоническими рядами (1) и (2):

$$i(\omega t) = i'(\omega t) + i''(\omega t) = \frac{2E_0}{\pi} \left( \frac{1}{R_{N2}} - \frac{1}{R_{F2}} \right) + \omega E_m (C_{C9} + C_{K9}) \cos \omega t + \\ + \frac{4}{3\pi} \left( \frac{1}{R_{F2}} - \frac{1}{R_{N2}} \right) \cos 2\omega t + \left( \frac{4E_0}{\pi R_{N2}} + \frac{E_m}{R_{N2}} - \frac{4E_0}{\pi R_{F2}} + \frac{E_m}{R_{F2}} \right) \sin \omega t + \\ + \frac{8}{3\pi} \omega E_m (C_{C9} - C_{K9}) \sin 2\omega t.$$

Результатом преобразований является:

$$i(\omega t) = \frac{2E_0}{\pi} \left( \frac{1}{R_{N2}} - \frac{1}{R_{F2}} \right) + \\ \left[ (\omega E_m)^2 (C_{C9} + C_{K9})^2 + \left( \frac{4E_0}{\pi} \left( \frac{1}{R_{N2}} - \frac{1}{R_{F2}} \right) + E_m \left( \frac{1}{R_{N2}} + \frac{1}{R_{F2}} \right) \right)^2 \right]^{1/2} \sin(\omega t + \alpha_1) + \\ \left[ \left( \frac{4E_0}{3\pi} \left( \frac{1}{R_{F2}} - \frac{1}{R_{N2}} \right) \right)^2 + \left( \frac{8}{3\pi} \omega E_m (C_{C9} - C_{K9}) \right)^2 \right]^{1/2} \sin(2\omega t + \alpha_2), \quad (3)$$

где  $\alpha_1 = \arctg \frac{\omega E_m (C_{C9} + C_{K9})}{\frac{4E_0}{\pi} \left( \frac{1}{R_{N2}} - \frac{1}{R_{F2}} \right) + E_m \left( \frac{1}{R_{N2}} + \frac{1}{R_{F2}} \right)}$ ;  
 $\alpha_2 = \arctg \left( \frac{\frac{4E_0}{3\pi} \left( \frac{1}{R_{F2}} - \frac{1}{R_{N2}} \right)}{\frac{8}{3\pi} \omega E_m (C_{C9} - C_{K9})} \right).$

Действующее значение периодического несинусоидального тока, протекающего через стенку стебля, имеет вид:

$$I = \left[ \left( \frac{2E_m}{\pi} \left( \frac{1}{R_{N2}} - \frac{1}{R_{F2}} \right) \right)^2 + \frac{(\omega E_m)^2 (C_{C9} + C_{K9})^2 + \left( \frac{4E_0}{\pi} \left( \frac{1}{R_{N2}} - \frac{1}{R_{F2}} \right) + E_m \left( \frac{1}{R_{N2}} + \frac{1}{R_{F2}} \right) \right)^2}{2} + \left( \frac{4E_0}{3\pi} \left( \frac{1}{R_{F2}} - \frac{1}{R_{N2}} \right) \right)^2 + \frac{\left( \frac{8}{3\pi} \omega E_m (C_{C9} - C_{K9}) \right)^2}{2} \right]^{1/2}. \quad (4)$$

### Заключение

Выражения (3) и (4) показывают зависимость прямой и обратной составляющих и полного тока в целом от параметров элементов схемы замещения стенки стебля, от частоты напряжения и напряженности электрического поля и могут быть представлены постоянной составляющей, первой и второй гармониками. Однако на результат обработки растительных материалов электрическим током, не связанным с нагревом, оказывает лишь технологическая его составляющая. Вместе с тем на практике управлять имеется возможность только общим током.

### Библиографический список

1. Электротехнология / А. М. Басов, В.Г Быков, А.В. Лаптев, В. Б. Файн. – Москва: Агропромиздат, 1985. – 256 с. – Текст: непосредственный.
2. Кудрявцев, И. Ф. Электрический нагрев и электротехнология / И. Ф. Кудрявцев, В. А. Карасенко. – Москва: Колос, 1975. – 384 с. – Текст: непосредственный.
3. Живописцев, Е. Н. Электротехнология в сельскохозяйственном производстве / Е. Н. Живописцев. – Москва: ВНИИТЭИСХ, 1978. – 56 с. – Текст: непосредственный.

4. Карасенко В. А. Технологические основы применения тока для обработки кормов: сборник научных трудов / Белорусская с.-х. акад. – Минск, 1983. – Вып. 100. – С. 15-22.

5. Багаев, А. А. Исследование работы эквивалентной электрической схемы замещения стенки стебля растительных материалов / А. А. Багаев. – DOI 10.53083/1996-4277-2024-242-12-65-72. – Текст: непосредственный // Вестник Алтайского государственного аграрного университета. – 2024. – № 12 (242). – С. 65-72.

6. Бессонов, Л. А. Теоретические основы электротехники / Л. А. Бессонов. – Москва: Высшая школа, 1964. – 750 с. – Текст: непосредственный.

7. Яремчук Ф.П., Рудченко П.А. Алгебра и элементарные функции / Ф. П. Яремчук, П. А. Рудченко. – Киев: Наукова думка, 1976. – 686 с. – Текст: непосредственный.

### References

1. Elektrotehnologiya / A.M. Basov, V.G. Bykov, A.V., Laptev, V.B. Fayn. – Moskva: Agropromizdat, 1985. – 256 s.
2. Kudryavtsev I.F., Karasenko V.A. Elektricheskiy nagrev i elektrotehnologiya. – Moskva: Kolos, 1975. – 384 s.

3. Zhivopistsev E.N. Elektrotekhnologiya v selskokhozyaystvennom proizvodstve. – Moskva: VNIITEISKh, 1978. – 56 s.

4. Karasenko V.A. Tekhnologicheskie osnovy primeneniya toka dlya obrabotki kormov: Sb. nauch. tr. / Belorusskaya s.-kh. akad. – Vyp. 100. – Minsk, 1983. – S. 15-22.

5. Bagaev A.A. Issledovanie raboty ekvivalentnoy elektricheskoy skhemy zameshcheniya stenki steblya rastitelnykh materialov // Vestnik Altayskogo

gosudarstvennogo agrarnogo universiteta. – 2024. – No. 12 (242). – S. 65-72. DOI: 10.53083/1996-4277-2024-242-12-65-72.

6. Bessonov L.A. Teoreticheskie osnovy elektrotekhniki. – Moskva: Vysshaya shkola, 1964. – 750 s.

7. Yaremchuk F.P., Rudchenko P.A. Algebra i elementarnye funktsii. – Kiev: Naukova dumka, 1976. – 686 s.

