

УДК 631.363.2

DOI: 10.53083/1996-4277-2023-221-3-105-114

М.В. Полковникова, Д.Н. Лященко, А.В. Ишков

M.V. Polkovnikova, D.N. Lyashchenko, A.V. Ishkov

## О ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ИЗМЕЛЬЧАЕМОГО МАТЕРИАЛА С БОКОВОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ МОЛОТКОВ В ДРОБИЛКАХ С ВЕРТИКАЛЬНЫМ РОТОРОМ

### ON INTERACTION OF CRUSHED MATERIAL WITH SIDE SURFACE OF HAMMERS IN CRUSHERS WITH VERTICAL ROTOR

**Ключевые слова:** молоток, дробилка, измельчение, изнашивание, сила инерции, сила Кориолиса, зерно, математическая модель.

Молотковые дробилки с вертикальным расположением ротора широко используются в горнодобывающей, металлургической и строительной отраслях, где с их помощью измельчают твердые и хрупкие материалы (камень, руды, бетон, клинкер и пр.). Они обладают рядом преимуществ: низкая металло- и энергоемкость, большая производительность и малые размеры, щадящее измельчение без его истирания (вследствие сокращения времени пребывания в камере), способность к самоочищению и автопитанию. Очень ценным свойством таких дробилок является узкий фракционный состав готового продукта, поэтому этот тип дробилок является перспективными для кормопроизводства машинами. Известная модель дробления зерна в этих машинах предполагает одновременное протекание в них процессов: удара и резания; отбрасывания материала и его измельчение о деку; абразивное воздействие молотков на воздушно-зерновой слой. Однако исследованный авторами работы характер изнашивания их рабочих органов показал, что реальный механизм измельчения в них зернового материала более сложный, а вклад в него описанных выше процессов неравноценный. В статье показано, что ударное и режущее действие на измельчаемый материал оказывают только молотки первой (верхней) секции, в то время как молотки остальных секций взаимодействуют с зерном как лопасти, разгоняя и отбрасывая его на деку. Разработана теория взаимодействия измельчаемого

материала с боковой поверхностью молотков, проведены теоретические исследования математической модели.

**Keywords:** hammer, crusher, grinding, wear, force of inertia, Coriolis force, grain, mathematical model.

Vertical-rotor hammer crushers are widely used in mining, metallurgical and construction industries where they crush hard and brittle materials (stone, ores, concrete, clinker, etc.). They have a number of advantages: low metal and power consumption, high productivity and small size, gentle grinding without abrasion (due to the reduced time spent in the chamber), self-cleaning and auto-feeding ability. A very valuable property of such crushers is a narrow fractional composition of the final product, so this type of crushers is a promising one for fodder production. The known model of grain crushing in these machines assumes simultaneous processes: impact and cutting; throwing the material and its grinding on the deck; the abrasive impact of hammers on the air-grain layer. However, the character of wear of their working bodies showed that the real mechanism of grain material grinding is more complicated, and the contribution of the processes described above is unequal. The paper shows that only hammers of the first (upper) section have impact and cutting effect on the crushed material, while hammers of other sections interact with grain as blades, accelerating and throwing it on the deck. A theory of interaction between the crushed material and the side surface of hammers is developed and theoretical research of mathematical model is carried out.

**Полковникова Марина Викторовна**, аспирант, ФГБОУ ВО Алтайский ГАУ, г. Барнаул, Российская Федерация, e-mail: polkovnikova.1105@mail.ru.

**Лященко Дмитрий Николаевич**, ст. преподаватель, ФГБОУ ВО Алтайский ГАУ, г. Барнаул, Российская Федерация, e-mail: ldn-ray@yandex.ru.

**Ишков Алексей Владимирович**, к.х.н., д.т.н., доцент, профессор, ФГБОУ ВО Алтайский ГАУ, г. Барнаул, Российская Федерация, e-mail: alekeyyishk@rambler.ru.

**Polkovnikova Marina Viktorovna**, post-graduate student, Altai State Agricultural University, Barnaul, Russian Federation, e-mail: polkovnikova.1105@mail.ru.

**Lyashchenko Dmitriy Nikolaevich**, Asst. Prof., Altai State Agricultural University, Barnaul, Russian Federation, e-mail: ldn-ray@yandex.ru.

**Ishkov Aleksey Vladimirovich**, Cand. Chem. Sci., Dr. Tech. Sci., Prof., Altai State Agricultural University, Barnaul, Russian Federation, e-mail: alekseyyishk@rambler.ru.

### Введение

Измельчение и фракционирование различных материалов, сырья, компонентов смесей является одной из самых энергозатратных операций в различных отраслях промышленности при переработке сырья минерального, растительного и животного происхождения [1]. Часто операции измельчения и фракционирования осуществляются в одном аппарате и составляют основу всей технологии, как это происходит, например, при переработке фуража и приготовлении кормов для КРС и других сельскохозяйственных животных [2]. В этом случае широко применяют молотковые дробилки различных конструкций, в которых ротор с закрепленными на нем молотками может располагаться как горизонтально, так и вертикально [3].

Исторически молотковые дробилки с вертикальным расположением ротора применялись в горнодобывающей, металлургической и строительной отраслях, где с их помощью измельчают твердые и хрупкие материалы (камень, руды, бетон, клинкер и пр.) [4]. Такие машины обладают целым рядом преимуществ по сравнению с дробилками с горизонтальным расположением ротора: низкая металло- и энергоемкость, большая производительность и малые размеры, щадящее измельчение без его истирания (вследствие сокращения времени пребывания в камере), способность к самоочищению и автопитанию (так как материал движется под действием центробежных сил и силы тяжести) и др. В технологических схемах с использованием одновременно шаровых (стержневых) мельниц, молотковых дробилок и грохота удается не только значительно снизить энергоемкость, но и увеличить производительность [3, 4].

В кормосмесях основным и наиболее твердым компонентом является фуражное зерно (пшеница, овес, ячмень). Кроме того, из соображений питательности его чрезмерное измельчение нежелательно [5], поэтому этот тип дробилок является перспективными для животновод-

ства машинами. С конца 90-х годов коллективом ученых Алтайского ГАУ разрабатывается и устанавливается на автоматизированные комприготовительные агрегаты «Алтай» различной производительности, которые успешно эксплуатируются уже более чем в 50 агропредприятиях края [6-8].

В этих дробилках молотки установлены стопками по 8 шт., в которых свободно закреплены на общей оси качания, с небольшим расстоянием друг от друга, находясь в пространстве между двумя дисками вертикального ротора. Причем молотки, расположенные в одинаковых местах стопок, образуют одну секцию, количество стопок на роторе (6-8) зависит от его диаметра и установленной производительности агрегата. Классическая модель дробления предполагает, что измельчаемый материал (фуражное зерно, грубые корма, премиксы) поступает в дробилку на верхний диск ротора, распределяется в пространстве между молотками, рабочим зазором и декой и измельчается вследствие одновременного протекания нескольких процессов: ударного и режущего воздействия молотков [9], отбрасывания (метания) материала, его удара о деку, отражения и повторных ударов [10, 11], а также истирающего (абразивного) воздействия молотков на воздушно-зерновой слой, вращающийся в рабочем зазоре [12].

Опыт эксплуатации таких дробилок и особенно исследованный нами ранее характер изнашивания их рабочих органов [13, 14] показали, что реальный механизм измельчения в них зернового материала более сложный и вклад в него описанных выше процессов неравноценный.

**Цель работы:** разработать теорию взаимодействия измельчаемого материала с боковой поверхностью молотков 2-й и последующих секций дробилки с вертикальным расположением ротора; провести теоретические исследования математической модели и выработать рекомендации по повышению эффективности эксплуатации таких дробилок.

**Экспериментальная часть**

Рассмотрим естественный профиль изношенных молотков дробилки на примере одной ее секции, при предельной (эксплуатационной) наработке (рис. 1).

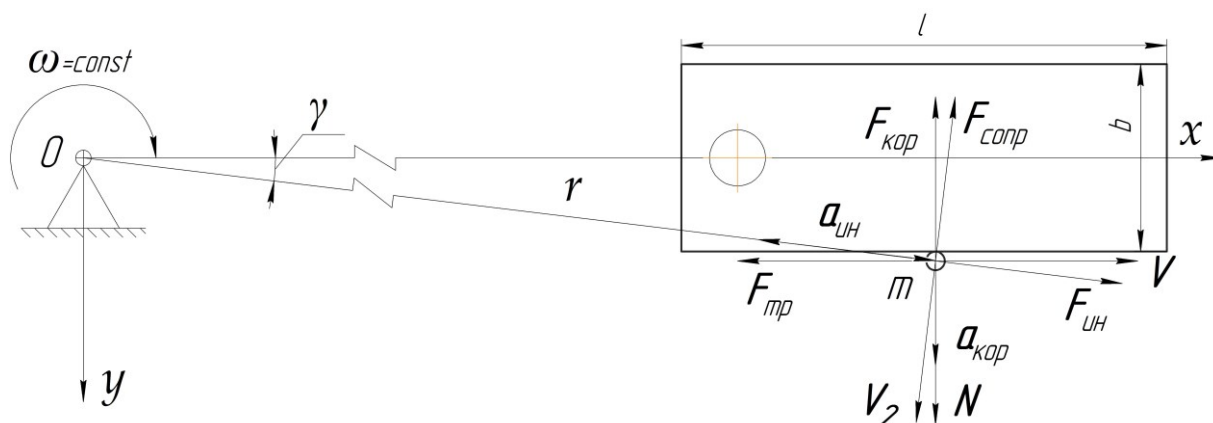


**Рис. 1. Внешний вид изношенных молотков всех 8 секций одной стопки (наработка 135-145 т)**

Как следует из рисунка 1, характерное изнашивание молотков, вызванное их ударным и режущим действием на измельчаемый материал [9], наблюдается только для молотков первой (верхней) секции (их в дробилке только 6 (8) шт.!), в то время как молотки остальных секций,

со 2-й по 8-ю (42 (76) шт.!), подвергаются лишь незначительному (3-5%) износу в области их торцевой поверхности. Боковая же поверхность этих молотков, находящаяся в рабочем зазоре, фактически не изнашивается даже после наработки в 135-145 т измельченного фуража. Таким образом, молотки 2-й и последующих секций работают своей боковой поверхностью, разгоняя и отбрасывая зерно на деку, ударом о которую оно и измельчается.

1. *Постановка задачи.* Для теоретического рассмотрения возможного механизма взаимодействия измельчаемого материала с боковой поверхностью молотка примем следующие допущения: измельчаемый материал – это фуражное зерно (частица массы  $m$ ) одной размерной и массовой фракции (форма, размеры и масса зерновок примерно одинаковые); при встрече зерна с боковой поверхностью оно не разрушается ударом, а, вследствие меньшей массы по сравнению с массой молотка, как бы захватывается боковой поверхностью и совершает поступательное движение вдоль нее; вся система вращается с постоянной угловой скоростью  $\omega$ ; зерно движется вдоль боковой поверхности молотка с изменяющейся скоростью  $v$  (ускоряется).



**Рис. 2. Схема сил, действующих на зерно, перемещающееся по боковой поверхности молотка**

Тогда, с учетом конструкции дробилки (радиус диска ротора  $r$ ), размеров молотка –  $l$ ,  $b$ , на частицу будут действовать следующие силы (рис. 2):

1. Сила инерции  $F_{ин}$ , направленная вдоль радиуса  $r$  (по прямой, соединяющей центр вращения системы и частицу):

$$F_{ин} = -m \cdot a_{ин}, \quad (1)$$

где  $a_{ин}$  – вектор центростремительного ускорения; модуль центростремительного ускорения вычисляется по формуле  $a_{ин} = \omega^2 \cdot r$ .

2. Сила реакции опоры  $N$ , направленная перпендикулярно боковой поверхности ножа.

3. Сила трения  $F_{тр}$ , направленная против вектора скорости движения по боковой поверхности  $v$ :

$$F_{тр} = \mu \cdot N, \quad (2)$$

где  $\mu$  – коэффициент трения зерна по стали.

4. Сила сопротивления среды  $F_{сопр}$ , противоположно направленная вектору скорости  $v_2$  (вектору тангенциальной скорости). Для больших скоростей сила сопротивления пропорциональна квадрату скорости движения:

$$F_{сопр} = \beta \cdot v_2^2, \quad (3)$$

где  $\beta$  – коэффициент, зависящий от характеристик среды и размеров частицы; модуль тангенциальной скорости вычисляется по формуле  $v_2 = \omega \cdot r$ .

5. Сила Кориолиса, направленная перпендикулярно боковой поверхности ножа против направления движения:

$$F_{кор} = -m \cdot a_{кор}, \quad (4)$$

$$m \frac{dv}{dt} = F_{ин} \cos(\gamma) + F_{сопр} \sin(\gamma) - \mu(F_{кор} + F_{сопр} \cos(\gamma) - F_{ин} \sin(\gamma)).$$

Приведем подобные:

$$m \frac{dv}{dt} = F_{ин}(\cos(\gamma) + \mu \sin(\gamma)) + F_{сопр}(\sin(\gamma) - \mu \cos(\gamma)) - \mu F_{кор}.$$

Используя следующие известные соотношения [13]:

$$v = \frac{dx}{dt}; \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} \frac{dx}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}; F_{кор} = ma_{кор} = 2m\omega v = 2m\omega \frac{dx}{dt};$$

$$F_{ин} = ma_{ин} = m\omega^2 r; F_{сопр} = \beta v_2^2 = \beta \omega^2 r^2,$$

последнее уравнение можно переписать в виде:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\mu\omega \frac{dx}{dt} = \omega^2 r(\cos(\gamma) + \mu \sin(\gamma)) + \frac{\beta\omega^2 r^2}{m}(\sin(\gamma) - \mu \cos(\gamma)). \quad (8)$$

Учтем следующие взаимосвязи (рис. 2):  $\sin(\gamma) = \frac{b}{2r}$ ;  $\cos(\gamma) = \frac{x}{r}$ ;  $r = \sqrt{x^2 + b^2/4}$ , где  $b$  – ширина молотка.

Тогда окончательно, уравнение (8) примет вид:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\mu\omega \frac{dx}{dt} = \omega^2(x + \mu b/2) + \frac{\beta\omega^2 \sqrt{x^2 + b^2/4}}{m}(b/2 - \mu x). \quad (9)$$

Данное дифференциальное уравнение не имеет аналитического решения, однако может быть решено приближенными численными методами с известными допущениями [14].

2. *Теоретическое исследование, моделирование.* После упрощения данной задачи аналитически решаемые дифференциальные уравнения использовали для моделирования взаимодействия зерна с боковой поверхностью молотка. Математические модели представляли собой зависимости  $x(t)$ ,  $v(t)$ .

Поведение моделей исследовали численным методом, используя специально составленные электронные таблицы Excel 2013, содержащие решения уравнений  $x(t)$ ,  $v(t)$ , а также их визуализацию средствами приложения.

где  $a_{кор}$  – вектор центростремительного ускорения;  $a_{кор} = 2 \cdot [\omega \times v]$ .

Теперь запишем второй закон Ньютона [15] для системы, представленной на рисунке 2:

$$m \frac{dv}{dt} = \sum_i F_i. \quad (5)$$

Спроецируем уравнение движения на оси ОХ и ОУ:

$$m \frac{dv}{dt} = F_{ин} \cos(\gamma) + F_{сопр} \sin(\gamma) - F_{тр}; \quad (6)$$

$$0 = N - F_{кор} - F_{сопр} \cos(\gamma) + F_{ин} \sin(\gamma). \quad (7)$$

Из уравнения (7) проекции на ось ОУ имеем:

$$N = F_{кор} + F_{сопр} \cos(\gamma) - F_{ин} \sin(\gamma).$$

Учтем, что  $F_{тр} = \mu \cdot N$ , подставим это выражение в уравнение (6) для проекции на ось ОХ и получим:

### Результаты и их обсуждение

Для получения частных решений попробуем поэтапно упростить задачу.

1. Будем считать молоток бесконечно узким (ширину молотка устремим к нулю,  $b \rightarrow 0$ ), то есть будем считать, что зерно движется строго по оси ОХ (боковая поверхность молотка совпадает с осью ОХ). При таком допущении проекции уравнения движения на оси примут следующий вид.

Проекция на ось ОХ и ОУ:

$$m \frac{dv}{dt} = F_{ин} - F_{тр}; \quad (10)$$

$$0 = N - F_{кор} - F_{сопр}. \quad (11)$$

Проделав аналогичные вычисления, рассмотренные выше, получим упрощенное уравнение движения в виде:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\mu\omega \frac{dx}{dt} = \omega^2 x - \frac{\mu\beta\omega^2 x^2}{m}. \quad (12)$$

Однако данное дифференциальное уравнение, как и уравнение (9), не решается в общем виде. Поэтому продолжим упрощение.

2. Рассмотрим уравнение движения зерна, учитывая только силу инерции  $F_{ин}$ . Данная модель применима для любого установившегося режима работы дробилки, например, с постоянным расходом материала и постоянной угловой частотой вращения. В этом случае уравнение движения уже будет иметь вид:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \omega^2 x. \quad (13)$$

Это однородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами, решаемое аналитически.

Составим для него характеристическое уравнение:  $k^2 - \omega^2 = 0$ , которое имеет действительные корни:  $k_1 = \omega, k_2 = -\omega$ .

Тогда общее решение дифференциального уравнения (13) запишется в виде:

$$x(t) = C_1 e^{k_1 t} + C_2 e^{k_2 t} = C_1 e^{\omega t} + C_2 e^{-\omega t}. \quad (14)$$

Скорость движения зерна будет определяться формулой:

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = C_1 \omega e^{\omega t} - C_2 \omega e^{-\omega t}. \quad (15)$$

Постоянные интегрирования  $C_1$  и  $C_2$  определяются из начальных условий:  $x(t_0) = x_0$ ;

$v(t_0) = \left. \frac{dx}{dt} \right|_{t=t_0} = v_0$ . Для  $t_0=0$  получается следующая система уравнений:

$$\begin{cases} C_1 + C_2 = x_0 \\ C_1 \omega - C_2 \omega = v_0 \end{cases}$$

решая которую, имеем:  $C_1 = \frac{1}{2} \left( x_0 + \frac{v_0}{\omega} \right)$ ;  
 $C_2 = \frac{1}{2} \left( x_0 - \frac{v_0}{\omega} \right)$ .

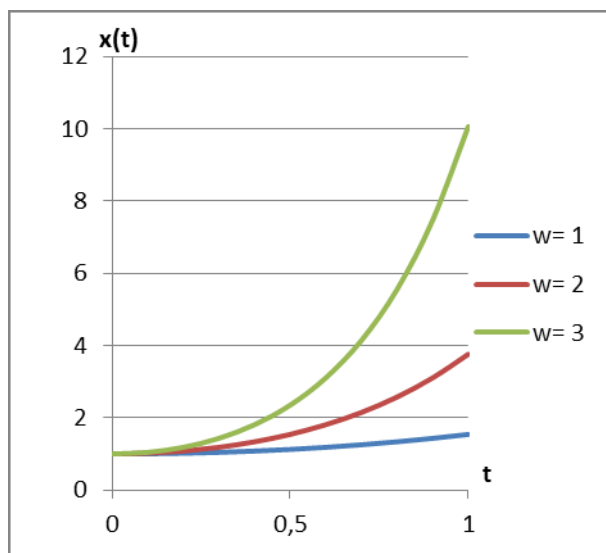
Учитывая полученные решения, закон изменения координаты и скорости частицы измельчаемого материала от времени можно записать в виде:

$$x(t) = x_0 \cosh(\omega t) + \frac{v_0}{\omega} \sinh(\omega t); \quad (16)$$

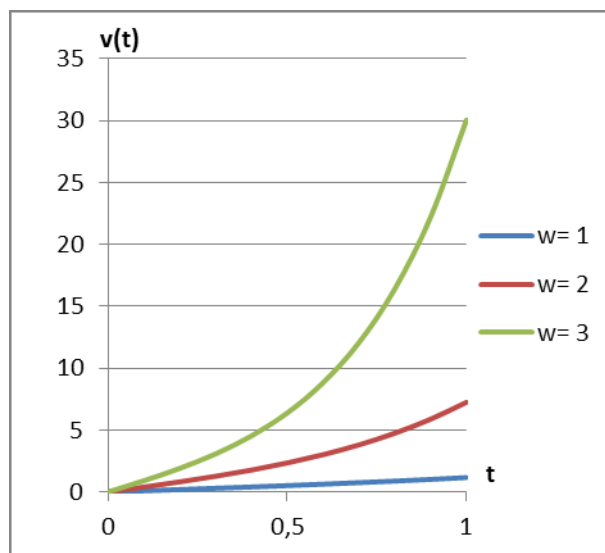
$$v(t) = x_0 \omega \sinh(\omega t) + v_0 \cosh(\omega t). \quad (17)$$

Полученные нами уравнения (16), (17) фактически являются математической моделью взаимодействия измельчаемого материала с боковой поверхностью молотков дробилки (для 2-й и последующих секций).

Рассмотрим теперь, как изменяются во времени (относительном) координата и скорость зерна (эти параметры безразмерные), совершающего поступательное движение вдоль боковой поверхности вращающегося молотка, с помощью соответствующей математической модели (рис. 3).



а



б

**Рис. 3. Зависимость безразмерных координаты (а) и скорости (б) от времени (относительного) для частицы, двигающейся вдоль боковой поверхности молотка с различной угловой скоростью**

Как следует из рисунка 3, при одних и тех же начальных условиях приращение координаты и скорости с увеличением угловой скорости увеличиваются, т.е. зерно быстрее преодолевает расстояние до деки и соударяется с декой с

большой кинетической энергией. Регулировкой (оптимизацией) угловой скорости можно также существенно снизить износ молотков по их боковой поверхности [17, 18].

3. Теперь рассмотрим движение зерна под действием силы инерции и силы Кориолиса. Данная модель может наблюдаться в начале процесса засыпки зерна в дробилку, когда сила сопротивления ещё не значительна, и этой силой можно пренебречь. Уравнение движения будет иметь вид:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\mu\omega \frac{dx}{dt} - \omega^2 x = 0. \quad (18)$$

Это также однородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными ко-

$$k_1 = \frac{-2\mu\omega + \sqrt{4\mu^2\omega^2 + 4\omega^2}}{2} = \omega(\sqrt{\mu^2 + 1} - \mu);$$

$$k_2 = \frac{-2\mu\omega - \sqrt{4\mu^2\omega^2 + 4\omega^2}}{2} = -\omega(\sqrt{\mu^2 + 1} + \mu).$$

Тогда общее решение дифференциального уравнения запишется в виде:

$$x(t) = C_1 e^{k_1 t} + C_2 e^{k_2 t} = C_1 e^{\omega t(\sqrt{\mu^2 + 1} - \mu)} + C_2 e^{-\omega t(\sqrt{\mu^2 + 1} + \mu)}. \quad (19)$$

Уравнение для скорости движения зерна будет определяться формулой:

$$v(t) = C_1 \omega (\sqrt{\mu^2 + 1} - \mu) e^{\omega t(\sqrt{\mu^2 + 1} - \mu)} - C_2 \omega (\sqrt{\mu^2 + 1} + \mu) e^{-\omega t(\sqrt{\mu^2 + 1} + \mu)}. \quad (20)$$

Постоянные интегрирования  $C_1$  и  $C_2$  определяются, как и ранее, из начальных условий:  $x(t_0) = x_0$ ;  $v(t_0) = \left. \frac{dx}{dt} \right|_{t=t_0} = v_0$ .

Учитывая начальные условия, получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} C_1 + C_2 = x_0 \\ C_1 \omega (\sqrt{1 + \mu^2} - \mu) - C_2 \omega (\sqrt{1 + \mu^2} + \mu) = v_0' \end{cases}$$

решая которую, получим:

$$C_1 = \frac{1}{2} \left( x_0 + x_0 \frac{\mu}{\sqrt{1 + \mu^2}} + \frac{v_0}{\omega \sqrt{1 + \mu^2}} \right); C_2 = \frac{1}{2} \left( x_0 - x_0 \frac{\mu}{\sqrt{1 + \mu^2}} - \frac{v_0}{\omega \sqrt{1 + \mu^2}} \right).$$

Используя полученные зависимости, изменение координаты и скорости от времени можно записать в виде:

$$x(t) = \left( x_0 \cosh(\omega t \sqrt{1 + \mu^2}) + \left( \mu x_0 + \frac{v_0}{\omega} \right) \cdot \frac{\sinh(\omega t \sqrt{1 + \mu^2})}{\sqrt{1 + \mu^2}} \right) e^{-\mu \omega t}; \quad (21)$$

$$v(t) = \left( v_0 \cosh(\omega t \sqrt{1 + \mu^2}) + (\omega x_0 - \mu v_0) \cdot \frac{\sinh(\omega t \sqrt{1 + \mu^2})}{\sqrt{1 + \mu^2}} \right) e^{-\mu \omega t}. \quad (22)$$

Для этого случая также рассмотрим изменение во времени координаты и скорости зерна, совершающего поступательное движение вдоль боковой поверхности вращающегося молотка с помощью соответствующей математической модели (рис. 4).

Как следует из рисунка 4, при одних и тех же начальных условиях с увеличением коэффициента трения движение зерна по поверхности молотка замедляется. За один и тот же промежуток времени приращение координаты уменьшается, как уменьшается и приращение скорости, т.е. зерно будет преодолевать расстояние до деки за больший промежуток времени и соударяться с декой с меньшей скоростью (с

эффективностями. Характеристическое уравнение для него запишется в виде:  $k^2 + 2\mu\omega k - \omega^2 = 0$ .

Вычислим корни этого характеристического уравнения, для чего найдем дискриминант квадратного уравнения:  $D = 4\mu^2\omega^2 + 4\omega^2$ .

Дискриминант больше нуля, следовательно, корни характеристического уравнения действительные и имеют значения:

меньшей кинетической энергией), однако при этом может возрасти износ боковой поверхности [18].

4. Наконец, рассмотрим движение зерна под действием силы инерции и силы сопротивления. Такая модель также может описывать работу дробилки в установившемся режиме на больших скоростях и при большой загрузке, при этом сила Кориолиса много меньше силы сопротивления ( $F_{кор} \ll F_{сопр}$ ), и ей можно пренебречь. Уравнение движения для такого случая запишется в виде:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \omega^2 x - \frac{\mu\beta}{m} \omega^2 x^2. \quad (23)$$

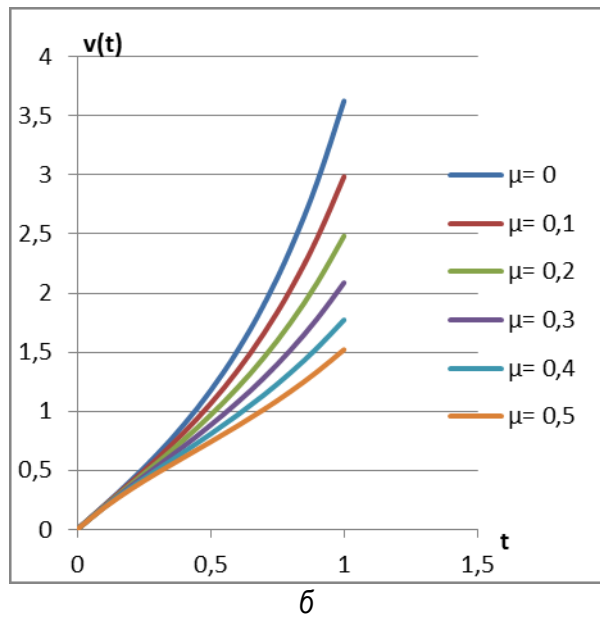
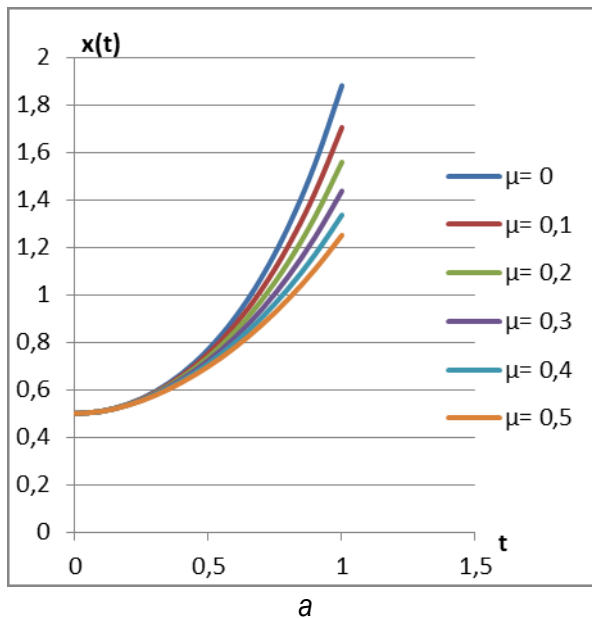
Данное дифференциальное уравнение второго порядка не содержит в явном виде переменной  $t$  и допускает понижение порядка, то есть может быть сведено к дифференциальному уравнению первого порядка, после замены

переменных:  $\frac{dx}{dt} = p$ , где  $p$  является функцией от  $x$ ,  $p = p(x)$ . Тогда  $\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d}{dt} \frac{dx}{dt} = \frac{dp}{dt} = \frac{dp}{dx} \frac{dx}{dt} = p \frac{dp}{dx}$ , а уравнение движения (23) переписывается в виде:

$$p \frac{dp}{dx} = \omega^2 \left( x - \frac{\mu\beta}{m} x^2 \right). \quad (24)$$

Получили дифференциальное уравнение первого порядка с разделяющимися переменными.

$$p dp = \omega^2 \left( x - \frac{\mu\beta}{m} x^2 \right) dx. \quad (25)$$



**Рис. 4. Зависимость безразмерных координаты (а) и скорости (б) от времени (относительного) для частицы, двигающейся вдоль боковой поверхности молотка с различными коэффициентами трения и  $w=1$**

Однако правый интеграл в уравнении 27, аналогично описанному выше частному случаю 1 решения общей задачи, также аналитически не берется.

Таким образом, теоретически взаимодействие измельчаемого материала с боковой поверхностью молотков 2-й и последующих секций дробилки с вертикальным расположением ротора наиболее полно может быть описано дифференциальными уравнениями (8), или (9), которое не решается аналитически, но может быть решено приближенными численными методами [19].

Проинтегрировав данное уравнение, имеем:

$$\frac{p^2}{2} = \omega^2 \left( \frac{x^2}{2} - \frac{\mu\beta}{m} \frac{x^3}{3} \right) + C \quad (26)$$

или 
$$p = \pm \sqrt{\omega^2 \left( x^2 - \frac{2\mu\beta}{3m} x^3 \right) + C_1}.$$

После обратной замены переменных получим дифференциальное уравнение первого порядка с разделяющимися переменными (из физических соображений знак «-» из решения мож-

$$dt = \frac{dx}{\sqrt{\omega^2 \left( x^2 - \frac{2\mu\beta}{3m} x^3 \right) + C_1}}$$

но исключить), тогда

Проинтегрировав полученное уравнение, окончательно получим:

$$t = \int \frac{dx}{\sqrt{\omega^2 \left( x^2 - \frac{2\mu\beta}{3m} x^3 \right) + C_1}} + C_2. \quad (27)$$

Для частных случаев при установившихся режимах работы дробилки, с учетом только преобладающих сил инерции  $F_{ин}$ , или же инерции и силы Кориолиса, рассматриваемое взаимодействие может быть описано строго уравнениями (16), (17), или (21), (22) [19]. В первом случае основным фактором, влияющим на процесс разгона зерна боковой поверхностью молотка, с последующим эффективным разрушением о деку является угловая скорость ротора и время контакта частицы с поверхностью, во втором – угловая скорость, время контакта частицы с поверхностью и коэффициент трения.

**Выводы**

1. При работе молотковой дробилки с вертикальным ротором ударное и режущее действие на измельчаемый материал оказывают только молотки первой (верхней) секции, в то время как молотки остальных секций взаимодействуют с зерном боковой поверхностью, разгоняя и отбрасывая его на деку.

2. При установившемся режиме работы, когда движению ее ротора в воздушно-зерновом слое противостоит сила инерции, главным фактором, влияющим на качество измельчения и износ молотков, оказывается угловая скорость (частота) вращения, если же движению ротора дополнительно противостоит сила Кориолиса, то главными факторами, влияющим на качество измельчения и износ молотков, являются уже угловая скорость (частота) вращения и коэффициент трения зерна о боковую поверхность.

3. Так как скорость зерна при его сходе с боковой поверхности молотка зависит от пути, то при одних и тех же начальных условиях, конструктивно регулируя положение места первоначального контакта зерна (вылетом рабочей части молотков за окружность ротора, размещение загрузочного патрубка, принудительной организацией подачи зерна на нижние слои стопки молотков и др.), можно увеличить производительность, качество измельчения, снизить (усреднить по секциям) износ молотков.

**Библиографический список**

1. Сиваченко, Л. А. История развития и современный уровень техники измельчения / Л. А. Сиваченко, Ю. К. Добровольский. – Текст: непосредственный // Вестник Белорусско-Российского университета. – 2012. – № 4 (37). – С. 69-76.

2. Марченко, О. С. Основные проблемы механизации кормопроизводства и пути их решения / О. С. Марченко. – Текст: непосредственный // Техника в сельском хозяйстве. – 1990. – № 3. – С. 3-5.

3. Роторные дробилки. Исследование, конструирование, расчет и эксплуатация / В. А. Ба-

уман, А. И. Косарев, А. С. Слуцкер, В. А. Стрельцов. – Москва: Машиностроение, 1973. – 272 с. – Текст: непосредственный.

4. Вайсберг, В. М. Эксплуатация дробильных и измельчительных установок / В. М. Вайсберг. – Москва: Недра, 1989. – 196 с. – Текст: непосредственный.

5. Основы питания и кормления сельскохозяйственных животных / В. Г. Рядчиков. – Краснодар: КубГАУ, 2012. – 328 с. – Текст: непосредственный.

6. Патент № 22116721 (RU). Дробилка зерна / Желтунов М. Г., Демин В. А., Стрижов В. М. – Текст: непосредственный.

7. Патент РФ №226298 (RU). Измельчитель зерновых и сыпучих материалов / Федоренко И. Я., Левин А. М., Желтунов М. Г. – Текст: непосредственный.

8. Федоренко, И. Я. Современное состояние и перспективы развития комбикормовой отрасли Алтайского края / И. Я. Федоренко, В. В. Садов, В. Ф. Коняев. – Текст: непосредственный // Аграрная наука – сельскому хозяйству: сборник статей: в 3 книгах / VIII Международная научно-практическая конференция (6-7 февраля 2013 г.). – Барнаул: РИО АГАУ, 2013. – Кн. 3. – С. 65-68.

9. Горячкин, В. П. Собрание сочинений: в трех томах / В. П. Горячкин. – Москва: Колос, 1968. – Т. 1. – 508 с. – Текст: непосредственный.

10. Федоренко, И. Я. Динамика молотковой дробилки с вертикальной осью вращения ротора / И. Я. Федоренко, В. В. Мозговых. – Текст: непосредственный // Вестник Алтайского государственного аграрного университета. – 2009. – № 11 (61). – С. 69-74.

11. Методика определения теоретической траектории движения зерновки в камере измельчения дробилки зерна ударно-отражательного действия / П. А. Савиных, С. Ю. Булатов, В. Н. Нечаев, К. Е. Миронов. – Текст: непосредственный // Вестник НГИЭУ. – 2017. – № 11 (78). – С. 58-66.

12. Васильев, А. Н. Соппротивление зернового слоя при радиальном воздухораспределении /



А. Н. Васильев. – Текст: непосредственный // Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Технические науки. – 2007. – № 2. – С. 106-108.

13. Полковникова, М. В. Особенности изнашивания молотков кормодробилок с вертикальной осью / М. В. Полковникова. – Текст: непосредственный // Вестник молодежной науки Алтайского государственного аграрного университета. – 2022. – № 1. – С. 63-66.

14. Полковникова М. В. Моделирование изнашивания молотков кормодробилок с вертикальной осью / М. В. Полковникова, Д. Н. Лященко, А. В. Ишков. – Текст: непосредственный // Вестник Алтайского государственного аграрного университета. – 2022. – № 10 (216). – С. 126-131. – DOI 10.53083/1996-4277-2022-216-10-126-131.

15. Савельев, И. В. Курс общей физики. Том 1: Механика. Молекулярная физика: учебное пособие: в 3 томах. – 16-е изд., стер. / И. В. Савельев – Санкт-Петербург: Лань, 2020. – 436 с. – Текст: непосредственный.

16. Bardovskiy, A.D., Gorbatyuk, S., Keroryan, A.M., Bibikov, P. (2018). Assessing Parameters of the Accelerator Disk of a Centrifugal Mill Taking into Account Features of Particle Motion on the Disk Surface. *Journal of Friction and Wear*. 39. 326-329. DOI: 10.3103/S1068366618040037.

17. Соловьев, А. Н. Взаимодействие молотка кормодробилки с зерном и износ его рабочей поверхности / А. Н. Соловьев, О. Н. Моисеев. – Текст: непосредственный // Механизация электрификация сельского хозяйства. – 2001. – № 11. – С. 19-21.

18. Власенко, Д. А. Способы снижения износа молотков дробилок ударного действия / Д. А. Власенко. – Текст: непосредственный // Современные материалы, техника и технологии. – 2016. – № 2 (5). – С. 63-68.

19. Кузнецова, Е. А. Обзор научных исследований по измельчению зерна / Е. А. Кузнецова, П. А. Епифанов. – Текст: непосредственный // Агротехника и энергообеспечение. – 2017. – № 3 (16). – С. 21-26.

## References

1. Sivachenko L.A., Dobrovolskii Iu.K. Istoriia razvitiia i sovremennyi uroven tekhniki izmelcheniia // Vestnik Belorussko-Rossiiskogo universiteta. – 2012. – No. 4 (37). – S. 69-76.

2. Marchenko O.S. Osnovnye problemy mekhanizatsii kormoproizvodstva i puti ikh resheniia // Tekhnika v selskom khoziaistve. – 1990. – No. 3. – S. 3-5.

3. Bauman V.A., Kosarev A.I., Slutsker A.S., Streltsov V.A. Rotornye drobilki. Issledovanie, konstruirovaniye, raschet i ekspluatatsiia. – Moskva: Mashinostroenie, 1973. – 272 s.

4. Vaisberg V.M. Ekspluatatsiia drobilnykh i izmelchitelnykh ustanovok. – Moskva: Nedra, 1989. – 196 s.

5. Osnovy pitaniia i kormleniia selskokhoziaistvennykh zhivotnykh / V.G. Riadchikov. – Krasnodar: KubGAU, 2012. – 328 s.

6. Patent No. 22116721 (RU). Drobilka zerna / Zheltunov M.G., Demin V.A, Strizhov V.M.

7. Patent RF No. 226298 (RU). Izmelchitel zernovykh i sypuchikh materialov / Fedorenko I.Ia., Levin A.M., Zheltunov M.G.

8. Fedorenko, I.Ia., Sadov V.V., Koniaev V.F. Sovremennoe sostoianie i perspektivy razvitiia kombikormovoi otrasli Altaiskogo kraia // Agrarnaia nauka – selskomu khoziaistvu: sbornik statei: v 3 kn. / VIII Mezhdunarodnaia nauchno-prakticheskaia konferentsiia (6-7 fevralia 2013 g.). – Barnaul: RIO AGAU, 2013. – Kn. 3. – S. 65-68.

9. Goriachkin V.P. Sbranie sochinenii v trekh tomakh. – Moskva: Kolos, 1968. – T. 1. – 508 s.

10. Fedorenko I.Ia., Mozgovykh V.V. Dinamika molotkovoi drobilki s vertikalnoi osiu vrashcheniia rotora // Vestnik Altaiskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta. – No. 11 (61). – 2009. – S. 69-74.

11. Savinykh P.A, Bulatov S.Iu., Nechaev V.N., Mironov K.E. Metodika opredeleniia teoreticheskoi traektorii dvizheniia zernovki v kamere izmelcheniia drobilki zerna udarno-otrazhatelnogo deistviia // Vestnik NGIEU. – 2017. – No. 11 (78). – S. 58-66.

12. Vasilev A.N. Soprotivlenie zernovogo sloia pri radialnom vozdukhoraspredelenii // Izvestia vuzov. Severo-Kavkazskii region. Tekhnicheskie nauki. – 2007. – No. 2. – S.106-108.

13. Polkovnikova M.V. Osobennosti iznashivaniia molotkov kormodrobilok s vertikalnoi osiu // Vestnik molodezhnoi nauki Altaiskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta. – 2022. – No. 1. – S. 63-66.

14. Polkovnikova M.V., Liashchenko D.N., Ishkov A.V. Modelirovanie iznashivaniia molotkov kormodrobilok s vertikalnoi osiu // Vestnik Altaiskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta. – 2022. – No. 10 (216). – S. 126-131.

15. Savelev, I.V. Kurs obshchei fiziki: uchebnoe posobie: v 3 tomakh. – 16-e izd., ster. – Sankt-Peterburg: Lan, 2020. –T. 1: Mekhanika. Molekuliarnaia fizika. – 436 s.

16. Bardovskiy, A.D., Gorbatyuk, S., Kopyan, A.M., Bibikov, P. (2018). Assessing Parame-

ters of the Accelerator Disk of a Centrifugal Mill Taking into Account Features of Particle Motion on the Disk Surface. *Journal of Friction and Wear*. 39. 326-329. DOI: 10.3103/S1068366618040037.

17. Solovlev A.N., Moiseev O.N. Vzaimodeistvie molotka kormodrobilki s zernom i iznos ego rabochei poverkhnosti // Mekhanizatsiia elektrifikatsiia selskogo khoziaistva. – 2001. – No. 11. – S. 19-21.

18. Vlasenko D.A. Sposoby snizheniia iznosa molotkov drobilok udarnogo deistviia // Sovremennye materialy, tekhnika i tekhnologii. – 2016. – No. 2 (5). – S. 63-68.

19. Kuznetsova E.A., Epifanov P.A. Obzor nauchnykh issledovaniï po izmelcheniiu zerna // Agrotekhnika i energoobespechenie. – 2017. – No. 3 (16). – S. 21-26.

