

## АППРОКСИМАЦИЯ КРИВОЙ БУКСОВАНИЯ ТРАКТОРА

## APPROXIMATION OF TRACTOR SLIPPING CURVE

**Ключевые слова:** трактор, буксование, кривая буксования, аппроксимация кривой, анализ, корректировка формулы аппроксимирования, интерпретация и определение коэффициентов, вероятностный анализ.

Одним из основных эксплуатационных показателей, оценивающих тягово-сцепные свойства трактора, является коэффициент буксования как относительная величина потери скорости движения, вызванная проскальзыванием двигателя в пятне контакта его с опорной поверхностью в сторону, противоположную движению. Коэффициент буксования имеет и энергетический смысл – отношение мощности на буксование к мощности, подводимой к ведущим колесам. Чем больше буксование, тем больше энергии затрачивается на деформацию почвы, что уменьшает плодородие почвы по следу двигателя. Совместно с деформацией почвы в вертикальном направлении это существенно снижает урожайность, особенно у колесного двигателя. Величина коэффициента буксования зависит от условий работы, типа двигателя и тягового усилия трактора. Для конкретных условий коэффициент буксования зависит от тягового усилия и определяется опытным путем при проведении тяговых испытаний трактора. Зависимость коэффициента буксования от тягового усилия трактора называется кривой буксования и представляет собой монотонно возрастающую функцию. Кривую буксования аппроксимируют функциями различного вида: степенными, многочленами, логарифмическими и др. К их недостаткам можно отнести то, что коэффициенты функций не имеют явной связи с другими показателями и относительно сложно определяются. При аналитическом представлении зависимости коэффициента буксования от развиваемого трактором усилия предлагается использовать выражение, преимуществами которого являются наличие двух постоянных коэффициентов, представляющих собой разницу между: 1) коэффициентом сцепления и коэффициентом сопротивления перекачиванию, представляющего собой максимальное тяговое усилие трактора «по сцеплению», деленное на вес трактора; 2) предыдущим коэффициентом и абсциссой точки на кривой буксования, производная в которой равна единице. Этот вариант позволяет относительно просто рассчитывать коэффициенты по

результатам испытаний или графоаналитической обработке имеющихся графиков кривых буксования.

**Keywords:** tractor, slipping, slipping curve, curve approximation, analysis, adjustment of approximation formula, coefficient interpretation and determination, probabilistic analysis.

One of the main operational indicators of tractor traction characteristics is the coefficient of slipping as a relative value of the loss of speed caused by the propulsion slipping of the mover in the spot of its contact with the supporting surface in the direction opposite to its movement. Slipping coefficient also has energy-related sense – the ratio of power used for slipping to the power supplied to the drive wheels. The greater slipping is the more energy is spent on soil deformation which reduces soil fertility along the trail of the mover. Together with soil deformation in the vertical direction, this significantly reduces the yield; this is the case of wheeled running gear. The value of the slipping coefficient depends on the operation conditions, the type of propulsion and traction force of the tractor. For specific conditions, the slipping coefficient depends on the traction effort and is determined empirically when carrying out traction tests of the tractor. The dependence of the slipping coefficient on the tractor pull force is called the slipping curve and is a monotonically increasing function. The slipping curve is approximated by functions of various types: power functions, polynomial functions, logarithmic functions, etc. Their disadvantages include the fact that the coefficients of the functions do not have an explicit connection with other indicators and are relatively difficult to determine. When analytically presenting the dependence of the slipping coefficient on the efforts developed by the tractor, it is proposed to use an expression whose advantages are the presence of two constant coefficients which are the difference between the following: 1) the adherence coefficient and the coefficient of resistance to rolling which is the maximum traction effort of the tractor “according to the adherence” divided by the weight of the tractor; 2) the previous coefficient and the abscissa of the point on the slipping curve, the derivative of which is equal to one. This option allows to relatively easily calculating the coefficients of the test results or graphical-analytic processing of the available graphs of the slipping curves.

**Соколов Валерий Викторович**, к.т.н., доцент каф. сельскохозяйственной техники и технологий, Алтайский государственный аграрный университет. E-mail: v.sokolov\_altai@mail.ru.

**Sokolov Valeriy Viktorovich**, Cand. Tech. Sci., Assoc. Prof., Chair of Agricultural Machinery and Technologies, Altai State Agricultural University. E-mail: v.sokolov\_altai@mail.ru.

### Введение

Одним из основных эксплуатационных показателей, оценивающих тягово-сцепные свойства трактора, является коэффициент буксования  $\delta$  – относительная величина потери скорости движения, вызванная проскальзыванием движителя, ведущих колес или гусеницы, в пятне контакта его с опорной поверхностью в сторону, противоположную направлению движения [1-4]:

$$\delta = (V_T - V_D)/V_T = N_\delta/N_K,$$

где  $V_T, V_D$  – скорости движения, соответственно, теоретическая, при отсутствии буксования и рабочая – с буксованием и при той же частоте вращения ведущих колес;

$N_\delta, N_K$  – мощности, соответственно, подводимые к ведущим колесам и затрачиваемые на буксование.

Вторая составляющая формулы раскрывает энергетический смысл коэффициента буксования: мощность на буксование равна коэффициенту буксования, умноженному на мощность, подводимую к ведущим колесам:  $N_\delta = \delta \cdot N_K$ . Чем больше буксование  $\delta$ , тем больше энергии затрачивается на деформацию почвы  $N_\delta$ , что уменьшает плодородие почвы по следу движителя. Совместно с деформацией почвы в вертикальном направлении это существенно снижает урожайность, особенно у колесного движителя [5, 6].

Величина коэффициента  $\delta$  зависит от условий работы (стерневое поле, поле, подготовленное под посев, и др.), типа движителя и тягового усилия трактора  $P_{кр}$ . Для конкретных условий работы значение коэффициента буксования  $\delta$  зависит от тягового усилия  $P_{кр}$  и определяется опытным путем при проведении тяговых испытаний трактора. Представленная в табличной и графической форме зависимость коэффициента буксования  $\delta$  от развиваемого трактором тягового усилия  $P_{кр}$ ,  $\delta = f(P_{кр})$  называется *кривой буксования* и представляет собой монотонно возрастающую функцию, значения которой изменяются от нуля при холостом ходе, до единицы:  $\delta = f(P_{кр}) = [0; 1]$ . Кривую буксования аппроксимируют функциями различного вида: степен-

ными, многочленами, логарифмическими и др. К их недостаткам можно отнести то, что коэффициенты функций не имеют явной связи с другими показателями и относительно сложно определяются.

**Содержание предложения.** В практической и научной деятельности кафедры «Тракторы и автомобили» Алтайского СХИ и ГАУ, кафедры «Сельскохозяйственная техника и технологии» Алтайского ГАУ для аппроксимации кривой буксования  $\delta = f(P_{кр})$  используется представленное в работах [1, 2] выражение

$$\delta = \frac{1}{B} \ln \frac{A}{(\varphi_m - \varphi_{кр})}, \quad (1)$$

где  $A, B, \varphi_m$  – коэффициенты, определяемые при математической обработке результатов тяговых испытаний тракторов;

$\varphi_{кр}$  – коэффициент использования сцепного веса  $G_{сч}$  трактора. Для тракторов со всеми ведущими колесами и гусеничных он равен эксплуатационному весу  $G$ :  $G_{сч} = G$  и поэтому  $\varphi_{кр} = P_{кр}/G$ .

Выражение (1) по сути представляет собой сумму двух составляющих

$$\delta = \frac{1}{B} \ln \frac{A}{\varphi_m} + \frac{1}{B} \ln \frac{\varphi_m}{(\varphi_m - \varphi_{кр})}. \quad (2)$$

Первая – коэффициент буксования при холостом ходе трактора, то есть при  $P_{кр} = 0$  и  $\varphi_{кр} = 0$  постоянна  $\delta_0$

$$\delta_0 = \frac{1}{B} \ln \frac{A}{\varphi_m}.$$

По приведенным в [1, 2] данным величина  $\delta_0$  в среднем равна 0,015 или 1,5% (далее в %), у колесных тракторов и 0,3% – у гусеничных.

Составляющую  $\delta_0$  можно принять равной нулю  $\delta_0 = 0$ , поскольку допустимое по агротехническим требованиям буксование на стерне у колесных пахотных тракторов 12-14%, у колесных универсально пропашных – 16-18% и у гусеничных – 3-5%, то есть примерно «на порядок» больше.

Обратная от (1) функция позволяет по заданному значению коэффициента буксования  $\delta$  определить коэффициент  $\varphi_{кр}$ , в том числе и его

максимальное, соответствующее максимальному буксованию -  $\delta_{\max} = 1$

$$\varphi_{\text{кр.макс}} = \varphi_m - A \cdot e^{-B\delta} = \varphi_m - A \cdot e^{-B}$$

В соответствии с [1, 2] значения коэффициентов  $A = 0,65-0,80$ ;  $B = 6-9$  для колесных и  $B = 30-73$  – гусеничных тракторов и

$$\varphi_{\text{кр.макс}} = \varphi_m - (1,6 \cdot 10^{-22} - 32 \dots 2,0 \cdot 10^{-23}) \cong \varphi_m$$

То есть коэффициент  $\varphi_m$  в (2) практически равен максимальному значению коэффициента использования тягового усилия трактора  $\varphi_{\text{кр.макс}}$

$$\varphi_m \cong \varphi_{\text{кр.макс}}$$

Значения коэффициента  $\varphi_{\text{кр.макс}}$  определяются исходя из следующего. Уравнения тягового баланса трактора при равномерном движении по горизонтальному участку [3, 4] в абсолютных и относительных величинах

$$P_K = P_{\text{кр}} + P_f \quad \text{и} \quad \varphi_K = \varphi_{\text{кр}} + \dots, \quad (3 \text{ а, б})$$

где  $P_K$  – касательная сила тяги;

$P_{\text{кр}}$  – тяговое усилие трактора;

$P_f$  – сила сопротивления перекачиванию,

$$P_f = f \cdot G;$$

$f$  – коэффициент сопротивления перекачиванию;

$\varphi_K$  – коэффициент использования веса трактора по касательной силе тяги  $P_K$ :  $\varphi_K = \frac{P_K}{G}$

Максимум касательной силы тяги  $P_{K,\text{макс}}$  по условиям сцепления равен силе сцепления  $P_\varphi$

$$P_{K,\text{макс}|\varphi} \equiv P_\varphi = \varphi \cdot G, \quad \text{или} \quad \varphi_{K,\text{макс}} \equiv \varphi = P_\varphi / G$$

где  $\varphi$  – коэффициент сцепления.

Следовательно, в соответствии с (3 б)

$$\varphi_{\text{кр.макс}} = \varphi - f = \varphi_m \quad \text{или} \quad \varphi_m = \varphi - f = \varphi_{\text{кр.макс}} \quad (4)$$

Таким образом, коэффициент  $\varphi_m$  есть относительная величина максимального значения силы тяги на крюке  $P_{\text{кр.макс}|\varphi}$  по условиям сцепления  $\varphi_{\text{кр.макс}|\varphi}$  которая может быть определена как разница между коэффициентами сцепления  $\varphi$  и коэффициентом сопротивления перекачиванию  $f$ .

Значения коэффициентов  $\varphi$  и  $f$  приводятся в учебной, справочной и научной литературе по теории трактора, эксплуатации машинно-тракторного парка или могут быть определены опытным путем.

*Вывод 1.* Коэффициент  $\varphi_m$  имеет вполне определенный физический смысл – максимальное, предельное значение относительной величины тягового усилия трактора  $\varphi_{\text{кр.макс}|\varphi}$  по условиям сцепления, которое может быть рассчитано по формуле (4) или определено экспериментально.

*Вывод 2.* Для аппроксимации кривой буксования целесообразно использовать только переменную часть выражения (2) (рис. 1 а):

$$\delta = a \cdot \ln \frac{\varphi_m}{(\varphi_m - \varphi_{\text{кр}})}, \quad (5)$$

где  $a$ ,  $\varphi_m$  – коэффициенты, величина которых устанавливается при обработке опытных данных.

Коэффициент «а» введен вместо коэффициента «В» (2), а  $\varphi_m$  вместо коэффициента  $\varphi_m$  с тем, чтобы различать их в формулах (2) и (5). Для одних и тех же опытных данных коэффициенты имеют разные значения.

Особенностью выражения (5) является то, что в нем два коэффициента –  $a$  и  $\varphi_m$  вместо трех –  $A$ ,  $B$  и  $\varphi_m$  в (2). Коэффициент  $\varphi_m$  имеет физический смысл (см. выше) и может быть определен опытным путем.

**Интерпретация значения коэффициента «а».** Величина коэффициента "а" в (5) определяет положение на кривой буксования  $\delta = f(\varphi_{\text{кр}})$  точки с координатами  $(\varphi_{\text{кр.п}}, \delta_{\text{п}})$ , производная в которой равна единице:  $d\delta/d\varphi_{\text{кр}} = \delta' = 1$ . Следовательно (при одинаковых масштабах шкал по осям), проведенная через неё касательная к кривой буксования составляет с осью абсцисс угол  $\pi/4$ , или  $45^\circ$  (рис. а). Покажем это.

Производные от  $\delta$  по  $\varphi_{\text{кр}}$  обычная  $\delta'$  и относительных величин функции и аргумента  $\delta^*$  равны (рис. а, б, в)

$$\delta' = d\delta/d\varphi_{\text{кр}} = a/(\varphi_m - \varphi_{\text{кр}}) \quad (6)$$

$$\delta^* = (\varphi_{\text{кр}}/\delta) \cdot \delta' = \varphi_{\text{кр}} / \{(\varphi_m - \varphi_{\text{кр}}) \ln[\varphi_m / (\varphi_m - \varphi_{\text{кр}})]\}$$

Условие  $\delta' = a/(\varphi_m - \varphi_{\text{кр}}) = 1$  позволяет определить соответствующие ему значения коэффициента использования сцепного веса  $\varphi_{\text{кр.г}}$

$$\varphi_{\text{кр.п}} = \varphi_m - a \quad (7)$$

$$\delta_{\text{п}} = a \cdot \ln(\varphi_m / a) \quad (8)$$

Колесные тракторы, буксование, стерня

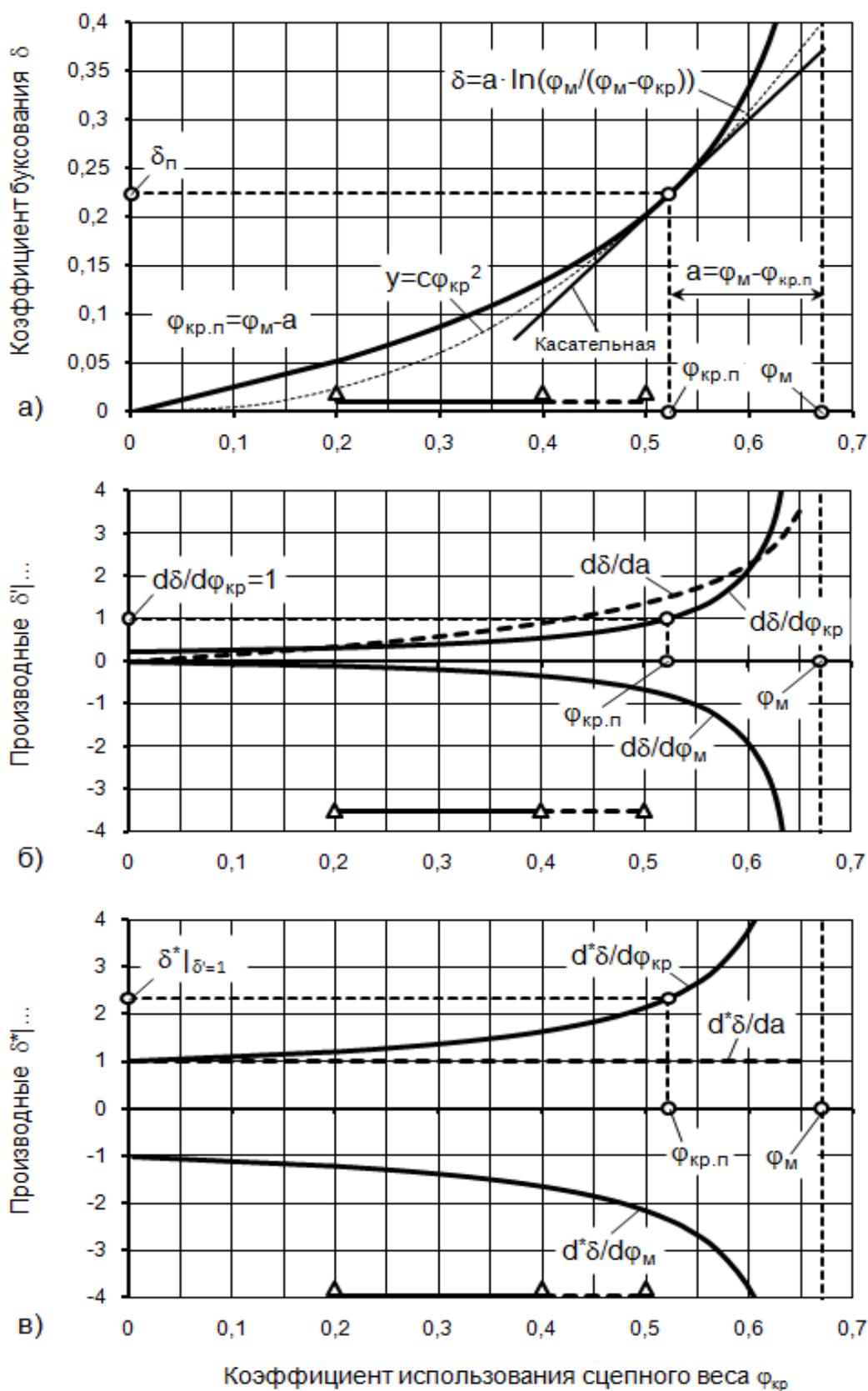


Рис. Кривая буксования а) и её производные: обычная б) и относительных величин функции и аргумента в)

Если из коэффициента  $\varphi_m$  вычесть коэффициент  $\varphi_{кр.п}$ , то получим значение коэффициента "а" в (5):

$$a = \varphi_m - \varphi_{кр.п} \quad (9)$$

В окрестности точки  $(\varphi_{кр.п}, \varphi_m)$  (рис. 1 а, б, в):

– производная  $\delta' = d\delta/d\varphi_{кр} = 1$  и дифференциал коэффициента буксования  $d\delta$  равен дифференциалу аргумента  $d\varphi_{кр}$ :  $d\delta = d\varphi_{кр}$ ;

– производная

$$\delta^* = (\varphi_{кр.п}/\delta_{п}) \cdot \delta' = (\varphi_{кр.п}/\delta_{п}) \cdot 1 =$$

, например, для колесных тракторов равна  $\delta^* = 2-3$  и более. Это значит, что относительные приращения буксования  $d\delta/\delta$  в 2-3 раза больше относительных приращений тягового усилия трактора  $d\varphi_{кр}/\varphi_{кр}$ .

При больших чем  $\varphi_{кр.п}$  значениях  $\varphi_{кр}$  коэффициент буксования  $\delta$  и его производные  $\delta'$  и  $\delta^*$  резко возрастают. Это нерабочие режимы, в которых движение неустойчиво из-за большой вероятности «срыва сцепления» при неизбежных колебаниях нагрузки.

**Опытное определение коэффициентов «а» и « $\varphi_m$ ».** Кривая буксования определяется выражением (5)

$$\delta = a \cdot \ln[\varphi_m / (\varphi_m - \varphi_{кр})] \quad (7)$$

При известном значении коэффициента  $\varphi_m$  (4) заменой переменных

$$y = \delta \quad \text{и} \quad x = \ln[\varphi_m / (\varphi_m - \varphi_{кр})] \quad (9 \text{ а, б})$$

выражение (5) приводится к линейному виду

$$y = f(x) = a \cdot x \quad (10)$$

Результаты испытаний по определению кривой буксования представляются координатами точек  $(\varphi_{кр.i}, \delta_i)$ , где  $i$  – номер опыта,  $i = 1, \dots, n$ , а  $n$  – количество опытов.

Заменой переменных в соответствии с (9) следует перейти к расчетным данным  $(x_i, y_i)$ . Коэффициент «а» определяется методом наименьших квадратов [7]

$$a = \sum_{i=1}^n (y_i \cdot x_i) / \sum_{i=1}^n (x_i^2) \quad (11)$$

**Вероятностные характеристики аппроксимации.** Случайной величиной, вероятностные

характеристики которой позволяют оценивать достоверность аппроксимации и чистоты опытных данных, является отклонение опытных значений коэффициента буксования  $\delta_i$  от рассчитанных по выражению (5)  $\delta_{ai}$  [7]:

$$\Delta\delta_i = \delta_i - \delta_{ai}$$

Для них следует вычислить дисперсию  $D(\Delta\delta_i)$

– среднее значение квадрата отклонения  $\Delta\delta_i^2$ :

$$D(\Delta\delta_i) = \sqrt{\sum_{i=1}^n (\Delta\delta_i^2) / (n - 1)}, \text{ среднее квадратическое отклонение } \sigma(\Delta\delta_i) = \sqrt{D(\Delta\delta_i)},$$

коэффициент вариации  $v(\Delta\delta_i) = \sigma(\Delta\delta_i) / \delta_{i.ср}$ , где  $\delta_{i.ср}$  – опорное значение коэффициента буксования, в качестве которого следует принять среднее его значение в рабочем интервале тяговых усилий трактора (отмечен на рисунке 1 линиями с треугольниками рядом с осью абсцисс – рабочий отмечен сплошной линией при  $\varphi_{кр} = 0,2-0,4$ ).

В полевых условиях можно использовать графоаналитический экспресс-метод определения коэффициента «а», при неизмеренном или принятом по справочным данным коэффициентом  $\varphi_m$ , состоящий в следующем:

- в координатных осях:  $\varphi_{кр}$  – относительная величина тягового усилия трактора по оси абсцисс и  $\delta$  – коэффициент буксования по оси ординат (с одинаковыми масштабами по осям) нанести точки с координатами  $(\varphi_{кр.i}, \delta_i)$ ;

- провести вертикальную линию через точку  $(\varphi_{кр} = \varphi_m, \dots)$  параллельную оси ординат;

- «от руки», или используя аппроксимирующие программы, провести усредненную линию зависимости  $\delta = f(\varphi_{кр})$ , проходящую через начало координат, а справа – ориентируясь на вертикальную линию  $(\varphi_{кр} = \varphi_m)$  как асимптоту;

- провести касательную к зависимости  $\delta = f(\varphi_{кр})$  под углом  $45^\circ$  к оси абсцисс и определить координату точки их пересечения  $(\varphi_{кр.п}, \delta_{п})$ ;

- определить значение коэффициента «а»:

$$a = \varphi_m - \varphi_{кр.п}$$

- провести линию в соответствии с (5):

$$\delta = a \cdot \ln[\varphi_{\text{н}} / (\varphi_{\text{н}} - \varphi_{\text{кр}})];$$

- визуально оценить соответствие линии опытным данным и, при необходимости, внести корректировки значений  $\varphi_{\text{н}}$  и (или) координаты точки

$$(\varphi_{\text{кр.п.}}, \delta_{\text{п}})$$

### Заключение

При аналитическом представлении зависимости коэффициента буксования от развиваемого трактором усилия предлагается использовать выражение (5), преимуществами которого являются наличие двух постоянных коэффициентов, представляющих собой:

- разницу между коэффициентом сцепления и коэффициентом сопротивления перекатыванию (4) – максимальное тяговое усилие трактора «по сцеплению», деленное на вес трактора;

- разницу между предыдущим коэффициентом и абсциссой точки на кривой буксования, производная в которой равна единице.

Такой вариант позволяет относительно просто рассчитывать коэффициенты по результатам испытаний или графоаналитической обработкой имеющихся графиков кривых буксования.

### Библиографический список

1. Колобов Г.Г., Парфенов А.П. Тяговые характеристики тракторов. – М.: Машиностроение, 1972. – 153 с.
2. Тяговые характеристики сельскохозяйственных тракторов: альбом-справочник. – М.: Россельхозиздат, 1979. – 240 с.
3. Парфенов А.П. О номинальном тяговом усилии сельскохозяйственного трактора. Тракторы и с.-х. машины. – 1968. – № 2.
4. Кутьков Г.М. Тракторы и автомобили // Теория и технологические свойства. – М.: КолосС, 2004. – 504 с.

5. Беляев В.И., Вольнов В.В. Ресурсосберегающие технологии возделывания зерновых культур в Алтайском крае. – Барнаул: Изд-во АГАУ, 2010. – 205 с.

6. Беляев В.И., Майнель Т., Грюнвальд Л.Х., Соколова Л.В., Кузнецов В.Н., Мацюра А.В. Влияние технологии возделывания яровой мягкой пшеницы, гороха и рапса на водный режим почвы и урожайность // Ukrainian Journal of Ecology. – 2018. – № 8 (1). 873-879 doi: 10.15421/2018\_287.

7. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. – М.: Наука, 1969. – 576 с.

### References

1. Kolobov G.G., Parfenov A.P. Tyagovye kharakteristiki traktorov. – M.: Mashinostroenie, 1972. – 153 s.
2. Tyagovye kharakteristiki selskokhozyaystvennykh traktorov. Albom-spravochnik. – M.: Ros-selkhozizdat, 1979. – 240 s.
3. Parfenov A.P. O nominalnom tyagovom usilii selskokhozyaystvennogo traktora // Traktory i selskokhozyaystvennye mashiny. – 1968. – No. 2.
4. Kutkov G.M. Traktory i avtomobili. Teoriya i tekhnologicheskie svoystva. – M.: KolosS, 2004. – 504 s.
5. Belyaev V.I., Volnov V.V. Resursosberegayushchie tekhnologii vzdelyvaniya zernovykh kultur v Altayskom krae. – Barnaul, Izd-vo AGAU, 2010. – 205 s.
6. Belyaev V.I., Maynel T., Gryunvald, L.Kh., Sokolova, L.V., Kuznetsov, V.N., Matsyura, A.V. Vliyanie tekhnologii vzdelyvaniya yarovoy myagkoy pshenitsy, gorokha i rapsa na vodnyy rezhim pochvy i urozhaynost // Ukrainian Journal of Ecology. – 2018, 8 (1), 873-879. doi: 10.15421/2018\_287.
7. Venttsel Ye.S. Teoriya veroyatnostey. – M.: Nauka, 1969. – 576 s.

